

# Аксиоматическое соотношение между термодинамической и теоретико-информационной энтропией

М. Вейленманн и др. (Швейцария, Великобритания)

Реферат подготовил М.Х. Шульман ([shulman@dol.ru](mailto:shulman@dol.ru), [www.timeorigin21.narod.ru](http://www.timeorigin21.narod.ru))

---

arXiv:1501.06920v1 [quant-ph] 27 Jan 2015

## Axiomatic relation between thermodynamic and information-theoretic entropies

Mirjam Weilenmann<sup>1,2</sup>, Lea Krämer<sup>1</sup>, Philippe Faist<sup>1</sup> and Renato Renner<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institute for Theoretical Physics, ETH Zurich, 8093 Switzerland

<sup>2</sup>Department of Mathematics, University of York, YO10 5DD UK

(Dated: January 29, 2015)

---

Термодинамическая энтропия, как ее определил Клаузиус, характеризует макроскопические наблюдения за системой, основанные на феноменологических величинах, таких, как температура и теплота. Напротив, теоретико-информационная энтропия, введенная Шенноном, является мерой неопределенности. Понятие энтропии различно в двух теориях. В термодинамике энтропия является функцией макроскопического состояния физической системы, которая феноменологически описывает, какие процессы возможны независимо от любой микроскопической модели. Следуя Клаузиусу, принято определять ее в терминах потока тепла, поступающего в систему при данной температуре, и придающего ей операциональное значение с помощью второго закона термодинамики [1, 2]. В теории информации энтропия была впервые введена Шенноном для количественной оценки информационного содержания данных или, что эквивалентно, неопределенности, которая для них существует [3].

В данной заметке авторы объединяют эти два понятия энтропии, используя аксиоматическую концепцию термодинамики [Lieb, Yngvason, Proc. Roy. Soc. (2013)]. В частности, получено прямое соотношение между энтропией Клаузиуса и энтропией Шеннона, или ее обобщение на квантовые системы – энтропию фон Неймана. При таком подходе термодинамическая энтропия получается из небольшого набора аксиом, которые естественно характеризуют адиабатические процессы. Более общо, устанавливается, что меры энтропии, релевантные в неравновесной термодинамике, соответствуют энтропии, используемой только в теории информации.

Связи между термодинамикой и теорией информации были систематически изучены в контексте принципа Ландауэра [5-7]. Этот принцип говорит о том, что удаление информации требует работы, которая, в свою очередь, рассеивается в виде тепла. Это, таким образом, связывает теоретико-информационную энтропию с потоком тепла и, следовательно, с термодинамической энтропией.

## Ссылки

[1] R. Clausius, *Annalen der Physik und Chemie*, 169, 481 (1854), ISSN 00033804.

[2] R. Clausius, *Annalen der Physik und Chemie*, 201, 353 (1865), ISSN 00033804.

[3] C. E. Shannon, *The Bell System Technical Journal*, 27, 379 (1948).

- [4] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton University Press, 1996) ISBN 9780691028934.
- [5] R. Landauer, *IBM Journal of Research and Development*, 5, 183 (1961), ISSN 0018-8646.
- [6] C. H. Bennett, *International Journal of Theoretical Physics*, 21, 905 (1982).
- [7] H. S. Leff and A. F. Rex, *Maxwell's Demon 2: Entropy, Classical and Quantum Information, Computing* (Taylor & Francis, 2010, 2010) ISBN 9780750307598, p. 502.
- [8] B. Piechocinska, *Physical Review A*, 61, 62314 (2000), ISSN 1050-2947.
- [9] K. Shizume, *Physical Review E*, 52, 3495 (1995), ISSN 1063-651X.
- [10] D. Reeb and M. M. Wolf, *New Journal of Physics*, 16, 103011 (2014), ISSN 1367-2630, [arXiv:1306.4352](https://arxiv.org/abs/1306.4352) [quant-ph].
- [11] O. C. O. Dahlsten, R. Renner, E. Rieper, and V. Vedral, *New Journal of Physics*, 13, 53015 (2011), ISSN 1367-2630.
- [12] L. del Rio, J. Aberg, R. Renner, O. Dahlsten, and V. Vedral, *Nature*, 474, 61 (2011), ISSN 1476-4687, [arXiv:1009.1630](https://arxiv.org/abs/1009.1630) [quant-ph].
- [13] F. Brandao, M. Horodecki, J. Oppenheim, J. Renes, and R. Spekkens, *Physical Review Letters*, 111, 250404 (2013), ISSN 0031-9007, [arXiv:1111.3882](https://arxiv.org/abs/1111.3882) [quant-ph].
- [14] J. Aberg, *Nature communications*, 4, 1925 (2013), ISSN 2041-1723, [arXiv:1110.6121](https://arxiv.org/abs/1110.6121) [quant-ph].
- [15] M. Horodecki and J. Oppenheim, *Nature Communications*, 4, 2059 (2013), ISSN 2041-1723, [arXiv:1111.3834](https://arxiv.org/abs/1111.3834) [quant-ph].
- [16] D. Egloff, O. C. O. Dahlsten, R. Renner, and V. Vedral, *ArXiv e-prints* (2012), [arXiv:1207.0434](https://arxiv.org/abs/1207.0434) [quant-ph].
- [17] P. Faist, F. Dupuis, J. Oppenheim, and R. Renner, *ArXiv e-prints* (2012), [arXiv:1211.1037](https://arxiv.org/abs/1211.1037) [quant-ph].
- [18] P. Skrzypczyk, A. J. Short, and S. Popescu, *Nature communications*, 5, 4185 (2014), ISSN 2041-1723, [arXiv:1307.1558](https://arxiv.org/abs/1307.1558) [quant-ph].
- [19] P. Skrzypczyk, A. J. Short, and S. Popescu, *ArXiv eprints* (2013), [arXiv:1302.2811](https://arxiv.org/abs/1302.2811) [quant-ph].
- [20] F. G. S. L. Brandao, M. Horodecki, N. H. Y. Ng, J. Oppenheim, and S. Wehner, *ArXiv e-prints* (2013), [arXiv:1305.5278](https://arxiv.org/abs/1305.5278) [quant-ph].
- [21] N. Y. Halpern and J. M. Renes, *ArXiv e-prints* (2014), [arXiv:1409.3998](https://arxiv.org/abs/1409.3998) [quant-ph].
- [22] E. H. Lieb and J. Yngvason, *Notices of the American Mathematical Society A*, 581, 571 (1998).
- [23] E. H. Lieb and J. Yngvason, *Physics Reports*, 310, 1 (1999), ISSN 03701573, [arXiv:cond-mat/9708200](https://arxiv.org/abs/cond-mat/9708200) [condmat.soft].
- [24] E. H. Lieb and J. Yngvason, *Proceedings of the Royal Society. Mathematical, physical, and engineering sciences*, 469, 20130408 (2013), ISSN 1364-5021, [arXiv:1305.3912](https://arxiv.org/abs/1305.3912) [math-ph].
- [25] R. Renner, *Security of Quantum Key Distribution*, Ph.D. thesis, ETH Zurich (2005), [arXiv:quant-ph/0512258](https://arxiv.org/abs/quant-ph/0512258) [quant-ph].
- [26] M. Horodecki, J. Oppenheim, and A. Winter, *Communications in Mathematical Physics*, 269, 107 (2006), ISSN 0010-3616, [arXiv:quant-ph/0512247](https://arxiv.org/abs/quant-ph/0512247) [quant-ph].
- [27] J. Aczél, B. Forte, and C. Ng, *Advances in Applied Probability*, 6, 131 (1974), ISSN 00018678.
- [28] W. Ochs, *Reports on Mathematical Physics*, 8, 109 (1975), ISSN 00344877.
- [29] I. Csizár, *Entropy*, 10, 261 (2008), ISSN 10994300.
- [30] B. Baumgartner, *Foundations of Physics*, 44, 1107 (2014), ISSN 0015-9018, [arXiv:1206.5727](https://arxiv.org/abs/1206.5727) [math-ph].
- [31] V. Vedral and E. Kashefi, *Physical Review Letters*, 89, 037903 (2002), ISSN 0031-9007, [arXiv:quant-ph/0112137](https://arxiv.org/abs/quant-ph/0112137) [quant-ph].

- [32] F. G. S. L. Brandao and M. B. Plenio, *Nature Physics*, 4, 873 (2008), ISSN 1745-2473, [arXiv:0810.2319 \[quant-ph\]](#).
- [33] F. G. S. L. Brandao and M. B. Plenio, *Communications in Mathematical Physics*, 295, 829 (2010), ISSN 0010-3616, [arXiv:0710.5827 \[quant-ph\]](#).
- [34] A. Renyi, in *Proceedings of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Vol. 1: Contributions to the Theory of Statistics* (1960) pp. 547-561.
- [35] M. Tomamichel, R. Colbeck, and R. Renner, *IEEE Transactions on Information Theory*, 56, 4674 (2010), ISSN 0018-9448, [arXiv:0907.5238 \[quant-ph\]](#).
- [36] R. König, R. Renner, and C. Schaner, *IEEE Transactions on Information Theory*, 55, 4337 (2009), ISSN 0018-9448, [arXiv:0807.1338 \[quant-ph\]](#).
- [37] M. Horodecki, P. Horodecki, and J. Oppenheim, *Physical Review A*, 67, 062104 (2003), ISSN 1050-2947, [arXiv:0212019 \[quant-ph\]](#).
- [38] J. Aberg, *Physical Review Letters*, 113, 150402 (2014), ISSN 0031-9007, [arXiv:1304.1060 \[quant-ph\]](#).
- [39] R. Bhatia, *Matrix Analysis*, Graduate Texts in Mathematics (Springer, 1997).
- [40] E. Ruch, *Theoretica Chimica Acta*, 38, 167 (1975), ISSN 0040-5744.
- [41] E. Ruch and A. Mead, *Theoretica Chimica Acta*, 41, 95 (1976), ISSN 0040-5744.
- [42] C. A. Mead, *The Journal of Chemical Physics*, 66, 459 (1977), ISSN 00219606.
- [43] M. Horodecki and J. Oppenheim, *ArXiv e-prints* (2012), [arXiv:1209.2162 \[quant-ph\]](#).
- [44] G. Gour, M. P. Müller, V. Narasimhachar, R. W. Spekkens, and N. Y. Halpern, *ArXiv e-prints* (2013), [arXiv:1309.6586 \[quant-ph\]](#).
- [45] A. Uhlmann, *Wiss. Z. Karl-Marx-Univ. Leipzig, Math.- Naturwiss.*, 20, 633 (1971).
- [46] A. Chees, *Physical Review A*, 65, 052314 (2002), ISSN 1050-2947.
- [47] M. Tomamichel, *A Framework for Non-Asymptotic Quantum Information Theory*, Ph.D. thesis, ETH Zurich (2012), [arXiv:1203.2142 \[quant-ph\]](#).
- [48] D. Janzing, P. Wocjan, R. Zeier, R. Geiss, and T. Beth, *International Journal of Theoretical Physics*, 39, 2717 (2000), [arXiv:quant-ph/0002048 \[quant-ph\]](#).
- [49] N. Datta, *IEEE Transactions on Information Theory*, 55, 2816 (2009), ISSN 0018-9448, [arXiv:0803.2770 \[quant-ph\]](#).
- [50] S. Barnett and J. Vaccaro, *Entropy*, 15, 4956 (2013), ISSN 1099-4300, [arXiv:1310.7821 \[quant-ph\]](#).
- [51] J. A. Vaccaro and S. M. Barnett, *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 467, 1770 (2011), ISSN 1364-5021.