

Нарушение неравенств Леггетта в подпространствах орбитального углового момента

Дж. Ромеро и др. (Великобритания)

Перевод М.Х. Шульмана (shulman@dol.ru, www.timeorigin21.narod.ru)

New Journal of Physics **12** (2010) 123007
1367-2630/10/123007+07\$30.00

© IOP Publishing Ltd and Deutsche Physikalische Gesellschaft

Violation of Leggett inequalities in orbital angular momentum subspaces

J Romero^{1,2}, J Leach¹, B Jack¹, S M Barnett², M J Padgett¹
and S Franke-Arnold^{1,3}

¹ School of Physics and Astronomy, SUPA, University of Glasgow,
Glasgow G12 8QQ, UK

² Department of Physics, SUPA, University of Strathclyde, Glasgow G4 ONG,
UK

E-mail: s.franke-arnold@physics.gla.ac.uk

New Journal of Physics **12** (2010) 123007 (7pp)

Received 2 September 2010

Published 7 December 2010

Online at <http://www.njp.org/>

doi:10.1088/1367-2630/12/12/123007

Сообщается об экспериментальной проверке модели Леггетта для нелокальной теории скрытых параметров применительно к пространству орбитальных угловых моментов (ОАМ) для света. Показано, что наблюдаемые корреляции противоречат модели Леггетта, впервые исключая, таким образом, частный класс нелокальных теорий со скрытыми параметрами в пространстве неполяризованных состояний. Известно, что нарушение неравенства Леггетта усиливается по мере увеличения числа настроек детектирования. Требуемые измерения становятся в большей степени выполнимыми в подпространстве ОАМ, и это демонстрируется тестированием неравенства с использованием трех и более настроек. Наблюдается блестящее соответствие с квантовыми предсказаниями и нарушение в пять и шесть стандартных отклонений, соответственно, по сравнению с предсказаниями модели Леггетта для нелокальной теории со скрытыми параметрами.

Измерения над двумя пространственно разделенными системами, которые взаимодействовали в прошлом, такими, как два фотона, разлетающимися из общего источника, выявляют специальные корреляции, нуждающиеся в объяснении [1]. Квантовая механика предлагает одно такое объяснение, но корреляции, разумеется, могут быть выявлены и в классических системах, например, если обе части были априорно согласованы в результатах конкретных измерениях. Были сформулированы различные классы реалистических теорий со скрытыми параметрами, которые обеспечивали, чтобы результаты измерений определялись свойствами каждого фотона, заданными скрытыми параметрами (т.е. априорной согласованностью). Реалистические *локальные* теории со скрытыми параметрами были тщательно исследованы и отвергнуты, как правило, потому, что они нарушали неравенство Белла [1] – [3]. Позже Леггетт предложил

неравенство, которое позволяет проверить класс реалистических теорий с нелокальными скрытыми переменными [4, 5], в которых делается попытка объяснить нелокальные корреляции при наличии хорошо определенных [предсуществующих до измерения – прим. перев.] индивидуальных свойств частиц. Экспериментальные нарушения неравенства Леггетта недавно были продемонстрированы с помощью поляризационных состояний фотонов и, следовательно, опровергли этот класс нелокальных теорий со скрытыми параметрами [6] – [10]. В данной публикации впервые показывается нарушение неравенства Леггетта для параметров, отличных от поляризации, а именно, для состояний с орбитальным угловым моментом (ОАМ). Простота манипуляций состоянием в пространстве ОАМ открывает возможность получать более робастные неравенства с увеличенным числом настроек детектора.

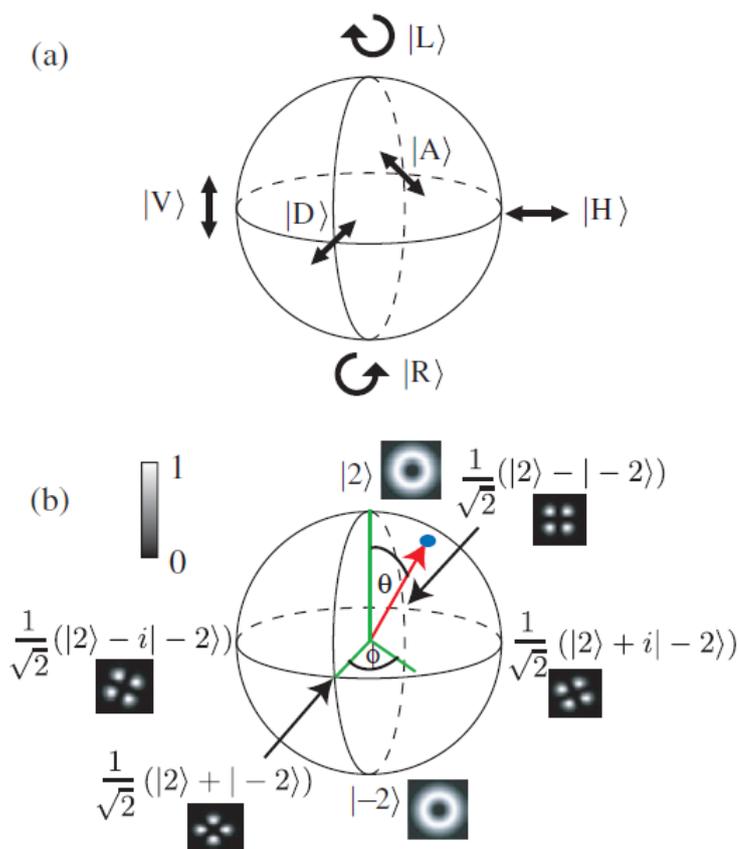


Рисунок 1. Аналогия между поляризацией и орбитальным угловым моментом (ОАМ). Сфера Пуанкаре, которая описывает поляризационные состояния (а) аналогична сфере Блоха для ОАМ (б). Любая точка (например, показанная голубым цветом на конце красного вектора) на этой сфере представляет собой состояние, определенное уравнением (1). Амплитуда и фаза этих состояний могут быть закодированы с помощью пространственных модуляторов света (SLM), как показано врезками на диаграмме (б).

В дополнение к спиновому угловому моменту, ассоциируемому с поляризацией фотона, свет также может переносить ОАМ, и пары фотонов, генерируемые при спонтанном параметрическом преобразовании с понижением частоты (SPDC), являются, как известно запутанными по поляризации, равно как по их пространственному профилю и, в частности, по ОАМ [11, 12]. Собственные состояния ОАМ имеют спиральные фазовые фронты, описываемые $\exp(i\ell\phi)$, где ϕ - азимутальный угол в плоскости, перпендикулярной оси пучка, ℓ - целое число, а $\ell\hbar$ - удельный ОАМ в расчете на один фотон [13]. В то время, как имеется бесконечно много состояний ОАМ, авторы здесь концентрируются на двумерном (2D) подпространстве, охватывающем все суперпозиции с $|\pm\ell\rangle$. Для этого субпространства можно указать сферу Блоха, подобную сфере Пуанкаре для поляризаций, где состояния на полюсах соответствуют $|\pm\ell\rangle$ (здесь выбрано $\ell = 2$), и все состояния на сфере Блоха представляют собой комплексные

суперпозиции с $|\pm \ell\rangle$, см. рис. 1a, 1b [14]. Состояния на экваторе являются аналогами состояний с линейной поляризацией, которые, в силу их интенсивности и фазовой структуры мы называем секториальными состояниями. Авторы недавно использовали эту аналогию между поляризационными и ОАМ-состояниями, чтобы показать, что пары фотонов, испущенные в ходе SPDC, нарушают неравенство Белла в 2D ОАМ-подпространствах [15, 16], и демонстрируют запутывание при формировании [17]. Подобным же образом, авторы показывают, что корреляции ОАМ-состояний, в полной аналогии с поляризационными состояниями, могут быть использованы для демонстрации нарушения неравенства Леггетта.

Авторы измеряют ОАМ-состояния голографически, программируя пространственные модуляторы света (SLM), которые позволяют задать любое ОАМ-состояние без физического ориентирования любых оптических компонент. Измерение нарушения неравенства Белла [15] потребовало измерения состояний на ортогональных больших окружностях ОАМ-сферы (т.е. на экваторе, 0° - и 180° -меридианах). В случае Леггетт-неравенства использование SLM даже более предпочтительно, поскольку требуются измерения состояний вдоль неортогональных больших окружностей (т.е. плоскости измерения не ортогональны). SLM позволяют измерить квантовые корреляции между произвольными состояниями, соответствующими любой точке на сфере Блоха, удобным образом и с большой точностью. На рассматриваемой сфере Блоха вектор \mathbf{a} (красный вектор на рис. 1b) соответствует состоянию

$$|\mathbf{a}\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |2\rangle + e^{i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |-2\rangle, \quad (1)$$

где углы θ и φ - обычные углы наклона и азимута соответственно, определенные так, что $0 \leq \theta < \pi$ и $0 \leq \varphi < 2\pi$.

Математически корреляция может быть определена распределением условной вероятности $P(\alpha, \beta|\mathbf{a}, \mathbf{b})$, где α и β являются результатами измерений \mathbf{a} и \mathbf{b} над системами A и B соответственно. Если результаты предопределены скрытыми параметрами λ (гипотеза реализма) и если, кроме того, эти скрытые параметры локальны (т.е. пространственно разделенные измерения взаимно независимы), то условная вероятность становится равной

$$P_\lambda(\alpha, \beta|\mathbf{a}, \mathbf{b}) = P_\lambda(\alpha|\mathbf{a}) P_\lambda(\beta|\mathbf{b}). \quad (2)$$

Наложение локальности на скрытые параметры устанавливает корреляции, которые могут быть выявлены в экспериментах, выраженные в знаменитом неравенстве [1]. На сегодняшний день результаты экспериментов показывают нарушение неравенства Белла и производных от него, таких, как неравенство Клаузера-Хорна-Шимони-Холта, приводя к мысли, что реализм и локальность не могут выполняться одновременно [3, 18]. Вопрос о том, можно ли отбросить понятие реализма или локальности – вопрос, который породил множество спекуляций [19, 20].

Леггетт рассматривал иную модель со скрытыми параметрами, в которой исключено условие локальности. Он анализировал класс теорий со скрытыми параметрами и вывел неравенство, которое должно выполняться для систем, описываемых этой моделью. В соответствии с моделью Леггетта, детектирование

фотонов, испущенных в процессе SPDC, характеризуется следующими свойствами.

- Каждая пара фотонов обладает характеристиками, установленными скрытыми параметрами λ
- Ансамбль пар фотонов определяется статистическим распределением значений λ , т.е. $\rho(\lambda)$, которое зависит только от источника, что, следовательно, позволяет написать

$$P(\alpha, \beta | \mathbf{a}, \mathbf{b}) = \int d\lambda \rho(\lambda) P_\lambda(\alpha, \beta | \mathbf{a}, \mathbf{b}). \quad (3)$$

- Результат измерения для каждого фотона α может зависеть от \mathbf{a} , \mathbf{b} , λ и β (т.е. уравнение (2) не обязательно выполняется, покончив с локальностью).
- Каждый фотон пары, ассоциированный с параметром λ , индивидуально ведет себя как если бы он обладал хорошо определенными свойствами (или, в нашем случае – ОАМ), и измерение над ним (обусловленное λ) будет показывать синусоидальные колебания интенсивности (известные как закон Малюса для поляризации) [4].

Такая модель привлекательна, поскольку свойства индивидуальных фотонов хорошо определены, что позволяет сделать детерминистические предсказания локально для результатов измерения над каждым фотоном. Более того, скрытые параметры нелокальны и могут зависеть от параметров вне ближайшей окрестности измерительного устройства. Эти свойства приводят к теореме несовместимости, называемой неравенством Леггетта. Это неравенство было уточнено в недавней работе с целью ее экспериментальной тестируемости при конечном числе измерений и устраняет необходимость во вращательной инвариантности [7, 8]. Следуя этим недавним уточнениям, для N возможных настроек измерения в системе A (рис. 1с) корреляции пары фотонов, которые подчиняются модели Леггетта со скрытыми параметрами, ограничены неравенством [9]

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |C(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i) + C(\mathbf{a}_i, \mathbf{b}'_i)| \equiv L_N(\chi) \leq 2 - 2\eta_N \left| \sin \frac{\chi}{2} \right| \quad (4)$$

если

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\vec{v} \cdot \vec{e}_i| \geq \eta_N \quad (5)$$

справедливо для любого вектора \vec{v} . Здесь $C(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ и $C(\mathbf{a}, \mathbf{b}')$ - коэффициенты корреляции для настроек измерения \mathbf{a}, \mathbf{b} и \mathbf{a}, \mathbf{b}' соответственно. \mathbf{b}_i и \mathbf{b}'_i разделены углом χ и мы определяем $\mathbf{e}_i = \mathbf{b}_i - \mathbf{b}'_i$. Мы выбираем $\mathbf{a}_i, \mathbf{b}_i$ и \mathbf{b}'_i так, чтобы мы получили соответствие между \mathbf{a}_i и $\mathbf{b}_i + \mathbf{b}'_i$. Это означает, что $\mathbf{b}_i + \mathbf{b}'_i$ имеет тот же азимутальный угол, что и \mathbf{a}_i , но отраженный относительно экватора. Константа η_N зависит от геометрии \mathbf{e}_i , определенных, как на рис. 2а. Предварительно были выполнены измерения с $N = 3$ в пространстве поляризационных состояний [8] – [10] при $\eta_N = \frac{1}{3}$ (рассчитано при минимизации левой части неравенства (5)), и $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ и \mathbf{a}_3 указывающих на ось координат, рис.

2а. Увеличение N приводит к более робастным неравенствам, хотя с более сложными требованиями к ориентации в случае работы с поляризацией [10]. Увеличение N становится более достижимым, если измерения выполняются голографически с SLM вследствие возможности задать любое произвольное состояние. Это демонстрируется на примере нарушения при $N = 4$, где наибольшее нарушение обнаруживается для \mathbf{e}_i , являющихся вершинами правильных четырехгранников (см. рис. 2b). В этом случае $\eta_4 = \frac{1}{\sqrt{6}}$, и мы выбираем в качестве $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ и \mathbf{a}_4 вершины тетраэдров, как показано на рис. 2b, чтобы получить максимальное нарушение неравенства. В обоих случаях квантовая механика предсказывает, что $L_N(\chi) = 2 \cos \left| \frac{\chi}{2} \right|$, нарушая неравенство (4) в широком диапазоне углов χ .

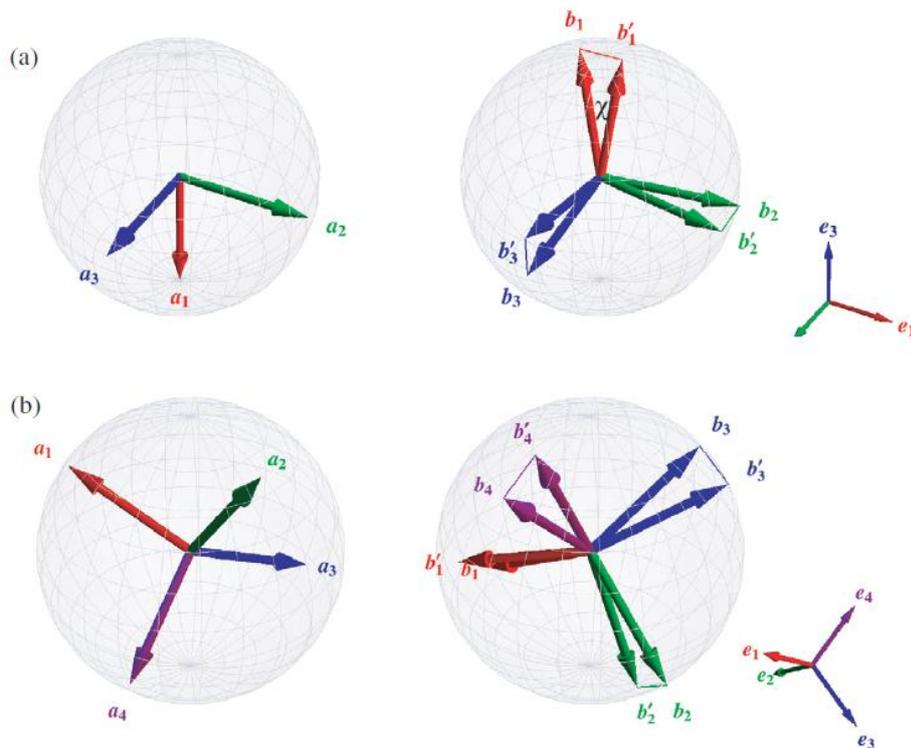


Рисунок 2. Измерения для проверки неравенств Леггетта.

(а) для $N=3$ SLM A устанавливается для измерения трех взаимно ортогональных состояний $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$. SLM B тогда устанавливается для измерения компланарных состояний $\mathbf{b}_i, \mathbf{b}'_i$, разделенных углом χ , где $\mathbf{b}_i - \mathbf{b}'_i$ параллельны \mathbf{e}_i , которые взаимно ортогональны.

(б) для $N=4$ $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ и \mathbf{a}_4 являются вершинами четырехгранника. Векторы $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$ и \mathbf{e}_4 образуют тогда правильный четырехгранник. Для проверки нарушения неравенства требуются измерения в четырех различных неортогональных плоскостях. В нашем случае выбраны плоскости, определенные \mathbf{e}_1 и \mathbf{e}_2 , \mathbf{e}_2 и \mathbf{e}_3 , \mathbf{e}_3 и \mathbf{e}_4 , а также \mathbf{e}_4 и \mathbf{e}_1 .

Наша экспериментальная установка показана на рис. 3. Мы используем 355 нм-ультрафиолетовый лазер с квазинепрерывной волной и синхронизацией мод для накачки (pump) ВВО-кристалла типа I длиной 3мм. Кристалл ориентирован в

коллинеарной геометрии, с плоско-поляризованным 710 нм – сигналом от источника параметрического преобразования с понижением частоты (SPDC) и холостым фотоном, поступающим на тот же светоделитель. Выходная грань кристалла отделяет SLM, изображающие голограммы, задающие состояния, которые мы хотим измерить. Эти SLM воспроизводятся на входных гранях одномодовых волокон, которые соединены с детекторами одиночных фотонов, а их выходы подключены к схеме совпадения отсчетов (coincidence circuit). Временное окно для измерения совпадений составляет 10 нс, а типичный темп отсчетов составляет 200 с^{-1} . Фотон в плече сигнала (signal) тогда представляет систему A , тогда как плечо с холостым фотоном (idler) – систему B .

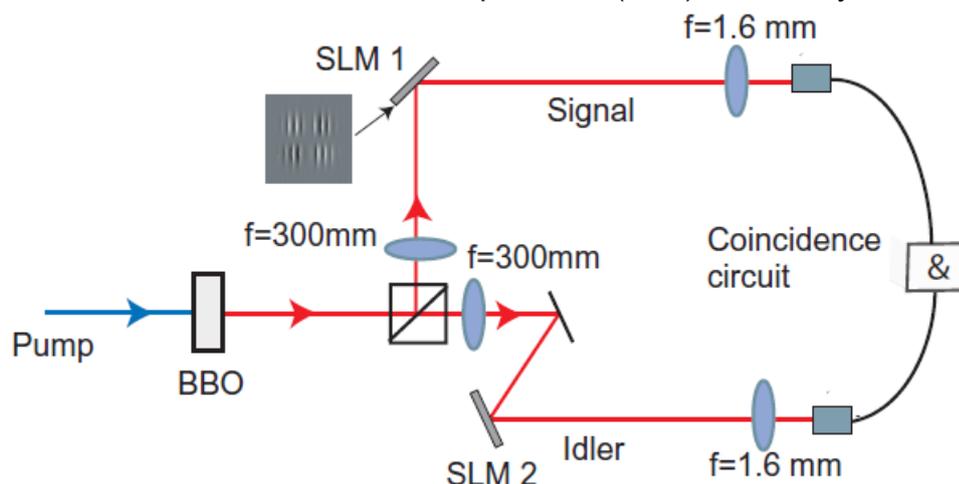


Рисунок 3. Экспериментальная установка. Измеряются фотоны, генерируемые SPDC путем кодирования голограмм, которые определяют произвольные OAM-состояния для разделения SLM. Голограмма (врезка) несет фазу и интенсивность первого дифрагированного (diffracted) порядка [21].

Результаты для $N=3$ и $N=4$ показаны на рис.4. Каждая точка данных на этих графиках соответствует трем настройкам \mathbf{a}_i при измерениях над системой A и настройкам \mathbf{b}_i и \mathbf{b}'_i , разделенных углом χ в системе B , как указано на рис. 2, что, таким образом, требует $2N^2$ на угол.

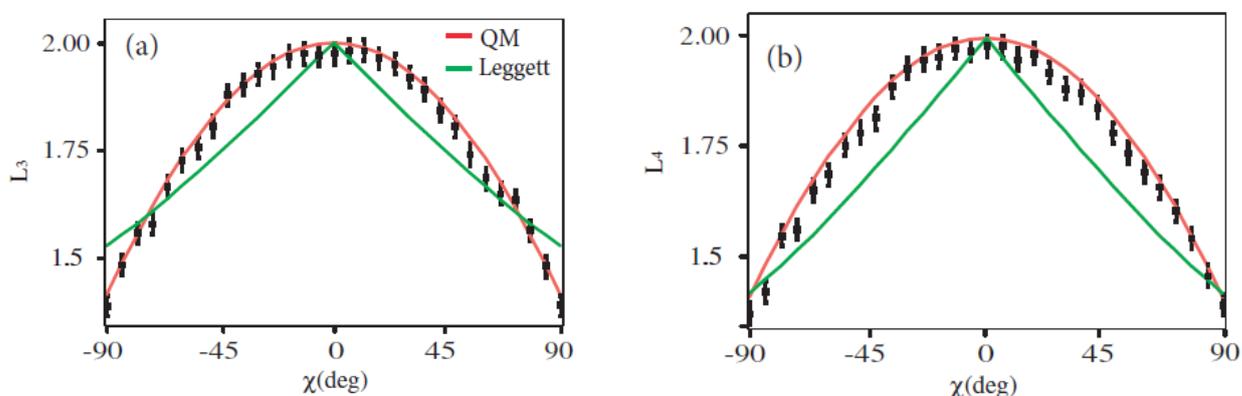


Рисунок 4. Нарушение неравенства Леггетта. Экспериментально измеренные корреляции (черные точки) для $N=3$ (a) и для $N=4$ (b) нарушают границу, возникающую из модели Леггетта (зеленая линия) и близко соответствует предсказаниям квантовой механики (красная линия). Максимальное нарушение (квадратики) имеет место при -42° для $N=3$ и $N=4$ -30° .

Мы измеряем совпадение по мере того, как варьируется угол χ и сравниваем его с максимальным значением L_N для модели Леггетта, как определено в уравнении (4). Наши результаты, изображенные на рис. 4, показывают, что неравенство нарушается в широком диапазоне углов. Для $N=3$ мы наблюдаем максимальное нарушение при $\chi=-42^\circ$, где $L_3 = 1.8787 \pm 0.0241$. Для $N=4$ максимальное нарушение имеет место при $\chi=-30^\circ$, где $L_4 = 1.9323 \pm 0.0239$. Эти результаты говорят о том, что нет возможности сохранять индивидуальные ОАМ-состояния фотонов при наличии наблюдаемых ОАМ-корреляций.

В заключение укажем, что представлен первый эксперимент, устанавливающий нарушение неравенства Леггетта вне пространства состояний поляризации. Наши измерения в пространстве ОАМ-состояний нарушают неравенство Леггетта на 5 и 6 стандартных отклонений соответственно для $N=3$ и $N=4$. Выводы, полученные при тестировании неравенства Леггетта как в подпространстве ОАМ-состояний, так и в пространстве поляризаций, одни и те же в смысле подтверждения квантовой теории вопреки специфическому классу нелокальной теории со скрытыми параметрами. Однако ОАМ-пространство предлагает гораздо более доступное пространство, пригодное для программирования с SLM и обладающее менее строгими требованиями к выравниванию. Это демонстрируется нашими измерениями для $N=4$. Эксперименты с еще большими значениями N практически возможны и могут быть более робастными, как показывает обсуждение в [9].

Благодарности

This work was supported by the UK EPSRC. MJP thanks the Royal Society and the Wolfson Foundation. SFA is an RCUK research fellow. We acknowledge financial support from the Future and Emerging Technologies (FET) programme within the Seventh Framework Programme for Research of the European Commission, under the FET Open grant agreement HIDEAS number FP7-ICT-221906. We thank Hamamatsu for their support of this work.

Ссылки

- [1] Bell J 1987 *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [2] Freedman S and Clauser J 1972 *Phys. Rev. Lett.* **28** 938–41
- [3] Aspect A, Grangier P and Roger G 1981 *Phys. Rev. Lett.* **47** 460–3
- [4] Leggett A 2003 *Found. Phys.* **33** 1469–93
- [5] Colbeck R and Renner R 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 50403
- [6] Gröblacher S *et al* 2007 *Nature* **446** 871–5
- [7] Paterek T, Fedrizzi A, Gröblacher S, Jennewein T, Zukowski M, Aspelmeyer M and Zeilinger A 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 210406
- [8] Branciard C, Ling A, Gisin N, Kurtsiefer C, Lamas-Linares A and Scarani V 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 210407
- [9] Branciard C, Brunner N, Gisin N, Kurtsiefer C, Lamas-Linares A, Ling A and Scarani V 2008 *Nat. Phys.* **4** 681–5
- [10] Eisaman M, Goldschmidt E, Chen J, Fan J and Migdall A 2008 *Phys. Rev. A* **77** 32339
- [11] Mair A, Vaziri A, Weihs G and Zeilinger A 2001 *Nature* **412** 313–6
- [12] Franke-Arnold S, Barnett S, Padgett M and Allen L 2002 *Phys. Rev. A* **65** 033823

- [13] Allen L, Beijersbergen M, Spreeuw R and Woerdman J 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185–9
- [14] Padgett M and Courtial J 1999 *Opt. Lett.* **24** 430–2
- [15] Leach J, Jack B, Romero J, Ritsch-Marte M, Boyd R, Jha A, Barnett S, Franke-Arnold S and Padgett M J 2009 *Opt. Express* **10** 8287–93
- [16] Jack B, Yao A, Leach J, Romero J, Franke-Arnold S, Ireland D, Barnett S and Padgett M 2010 *Phys. Rev. A* **81** 43844
- [17] Jack B, Leach J, Ritsch H, Barnett S, Padgett M and Franke-Arnold S 2009 *New J. Phys.* **11** 103024
- [18] Aspect A, Dalibard P and Roger G 1982 *Phys. Rev. Lett.* **49** 1804–7
- [19] Aspect A 2007 *Nature* **446** 866–7
- [20] Chiao R and Garrison J 1999 *Found. Phys.* **29** 553–60
- [21] Leach J, Jack B, Romero J, Jha A, Yao A, Franke-Arnold S, Ireland D, Boyd R, Barnett S and Padgett M 2010 *Science* **329** 662