

Квантовый вакуум как основание классической электродинамики

Г. Лейхс (gerd.leuchs@mpl.mpg.de) и др. (Германия, Испания)

Перевод М.Х.Шульмана (shulman@dol.ru)

arXiv:1005.0131v2 [quant-ph] 4 May 2010

The quantum vacuum at the foundations of classical electrodynamics

G. Leuchs^{1,2}, A. S. Villar^{1,2}, and L. L. Sánchez-Soto^{1,3}

¹ Max Planck Institut für die Physik des Lichts, Günther-Scharowsky-Str. 1/Bau 24, Erlangen, Germany

² Institut für Optik, Information und Photonik, Universität Erlangen-Nürnberg, Staudtstr. 7/B2, 91058 Erlangen, Germany

³ Departamento de Óptica, Facultad de Física, Universidad Complutense, 28040 Madrid, Spain

5 мая 2010 г.

Аннотация

В классической теории электромагнетизма диэлектрическая проницаемость (permittivity) ϵ_0 и магнитная проницаемость (permeability) μ_0 свободного пространства являются константами, значения которых, казалось бы, не имеют глубокого физического смысла. Заменяя свободное пространство классической физики представлениями, связанными с квантовым вакуумом, мы предполагаем, что значения вышеупомянутых констант могут возникать вследствие поляризации и намагничивания виртуальных пар в вакууме. Для оценки этих значений используется классическая модель дисперсии с параметрами, определяемыми на основе квантовой физики и физики частиц. Мы получаем при этом правильные по порядку величины значения. Кроме того, наши простые предположения дают независимую оценку для числа заряженных элементарных частиц, основанную на известных значениях ϵ_0 и μ_0 , а также для объема, занимаемого виртуальной парой. Подобная интерпретация может установить интересные связи между знаменитой теорией классического электромагнетизма и квантовой теорией в пределе слабых взаимодействий.

Ключевые слова: квантовый вакуум, диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость, виртуальные пары.

PACS. 03.65.-w – 31.30.jf – 33.15.kr

В классической электродинамике диэлектрическая среда в присутствии электрического поля поляризуется. Слабое электрическое поле медленно смещает облака электронов по отношению к удерживающим их ядрам, порождая в материале крошечные атомные и молекулярные диполи. Макроскопический эффект, усредненный по области, значительно превышающей атомные размеры, состоит в появлении индуцированного электрического поля. Сила этой реакции зависит того, насколько способны к смещению атомные диполи и насколько большой объем они занимают.

Выражаясь количественно, в изотропной среде поляризация P пропорциональна¹ внешнему электрическому полю E и выражается соотношением $P = \chi \varepsilon_0 E$, где χ – линейная восприимчивость материала, а ε_0 – диэлектрическая проницаемость свободного пространства. Константа ε_0 имеет большую роль в согласовании единиц измерения, его значение принято равным $\varepsilon_0 = 8.8542 \times 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ [1]. Выражение для величины P , которое связывает микроскопические диполи с их макроскопическим эффектом, имеет вид

$$P = \frac{\mathcal{P}}{V}, \quad (1)$$

где $\mathcal{P}$ – дипольный момент, V – эффективный объем диполя.

Принято определять электрическое смещение в виде

$$D = \varepsilon_0 E + P, \quad (2)$$

поскольку оно представляется независимым от индуцированного заряда [2]. В частном случае изотропного линейного диэлектрика уравнение (2) дает $D = \varepsilon \varepsilon_0 E$, где $\varepsilon = (1 + \chi)$ – относительная диэлектрическая проницаемость среды.

Электрическое смещение D не имеет более высокого статуса среди физиков, чем величина ε_0 . Оно скорее кажется математическим инструментом ограниченного использования, потому что призвано объединить две физически различные величины [2]. Действительно, электрическое поле представляет собой силу, отнесенную к единице заряда, в то время как пространственное изменение поляризации представляет собой наведенный заряд. Иногда электрическое смещение даже рассматривается как весьма незначительное [3], поскольку условие $\nabla \times D = 0$ не используется в общем случае — в отличие от E , никакой скалярный потенциал не может быть ассоциирован с D .

В настоящей статье мы предлагаем физическую интерпретацию величин ε_0 и D . Мы обсуждаем, как уравнение (2) может подсказать фундаментальные физические аспекты электромагнитного поля как такового, если, в свете второго термина, мы интерпретируем первый член как также возникающий из поляризованной среды, так что D представляет собой полную поляризацию. Таким образом, выражения $\varepsilon_0 E$ и P равноправны². Эта интерпретация является обратной по отношению к классическому электромагнетизму, поскольку вакуум там определяется как пустота. Однако в квантовой теории дело обстоит не так, и можно ожидать, что пары виртуальных частиц, составляющих вакуум, демонстрируют определенный отклик на приложенное внешнее поле. По аналогии с выражением $\varepsilon \varepsilon_0$ для материальной среды, величина ε_0 как таковая может быть ассоциирована с поляризацией квантового вакуума: $P_0 = \varepsilon_0 E$ в рамках концепции, глубоко коренящейся в квантовой электродинамике [4,5]. Мы позже распространим это обсуждение и на магнитные явления, подобные магнитной проницаемости свободного пространства μ_0 в отношении намагничивания виртуальных пар в вакууме.

Присутствие внешнего электромагнитного поля возмущает стабильность вакуума как основного состояния всех полей. В этом случае виртуальные пары должны быть рассмотрены с целью учета возможных физических процессов

¹ Будучи направлена в ту же сторону – Примеч. пер.

² В гауссовой системе единиц уравнение (2) [в вакууме] выглядит как $D = E + 4\pi P$, так что ε_0 заменяется константой '1.' На языке гауссовой системы единиц в настоящей статье обсуждается физический смысл этой константы '1.'

вакууме. Такие явления, как рождение пар, двойное лучепреломление в вакууме и рассеяния света на свете являются надежно установленными для сильных полей [6,7,8,9] при амплитудах, больших, чем $E_S = m^2 c^3 / e \hbar \approx 10^{18} \text{ V/m}$. Это в точности отвечает выражению для критического поля, впервые указанному Нильсом Бором, как было отмечено Саутером (F. Sauter)³. В литературе E_S часто упоминается как поле Швингера [9]. Эти эффекты иллюстрируют нелинейные свойства вакуума [4,5].

Здесь мы предполагаем существование предела слабых полей и фокусируемся на линейном отклике. Вопрос, который мы здесь ставим, таков: могут ли квантовые флуктуации вакуума быть разумно увязаны с классической теорией? Если да, то одним из подтверждений могло бы быть существование физических констант, численное значение которых возможно проверить экспериментальным путем, и при этом они естественно выводились бы из квантовой теории. Мы рассуждаем о том, могут ли диэлектрическая и магнитная проницаемость свободного пространства быть именно такими величинами. В последующей части статьи мы оцениваем значения ϵ_0 и μ_0 , основываясь на простых полуклассических предположениях.

Начнем с рассмотрения электрических свойств квантового вакуума. Внешнее электрическое поле, взаимодействующее с виртуальными электронно-позитронными парами, поляризует их. Амплитуда дипольного момента $\wp = ex$, индуцированного на виртуальной паре (где e – заряд электрона, x – перемещение) может быть рассчитана на основе представления виртуальной пары в виде гармонического осциллятора, для которого в квазиклассического предела

$$m\omega_0^2 x = eE, \quad (3)$$

где m – масса электрона, а ω_0 – естественная частота резонанса. Как обычно, при такой полуклассической интерпретации это справедливо, когда энергия возбуждения квантового осциллятора очень мала (или, что равносильно, $E \ll E_S$), резонансная частота определяется энергией, связанной с квантовым переходом. Рассматриваемая двухуровневая система образована основным состоянием виртуальных пар и реальным атомом позитрона как возбужденного состояния [10]. Энергетическая щель обозначается через $\mathcal{E}_{\text{gap}}$, так что $\omega_0 = \mathcal{E}_{\text{gap}}/\hbar$, и ожидается, что эта энергия имеет порядок величины энергии покоя позитрония. Кроме того, квазистатический режим требует, чтобы частота ω классического поля E была много меньше, чем резонансная частота осциллятора ω_0 . Это означает, что мы рассматриваем низкоэнергетическое поле при рождении пробных пар вдали от резонанса (классическое поле). Подставляя соотношение для ω_0 в уравнение (3) для определения смещения, получаем индуцированный дипольный момент

$$\wp = \frac{e^2}{m\omega_0^2} E. \quad (4)$$

Величина поляризации вакуума, даваемая уравнением (1), зависит от эффективного объема диполя $V = r^3$. При теоретическом анализе [11] обычно

³ Смотри вторую сноску на с. 743 работы [7]: “Я хотел бы поблагодарить профессора Гейзенберга за любезное сообщение об этой гипотезе Н. Бора”.

принимается, что соответствующий размер для виртуальной электронно-позитронной пары в вакууме равен комптоновской длине волны⁴ $\lambda_c = \hbar/mc$. При таком рассмотрении уравнение (1) приводит к поляризации вакуума⁵

$$P_0 = \frac{e^2}{m\omega_0^2 r^3} E \quad (5)$$

Таким образом, наведенная поляризация пропорциональна, как и ожидалось, величине электрического поля. Ставя в соответствие поляризующей способности вакуума множитель перед E , мы приходим к⁶

$$\tilde{\epsilon}_0 = \frac{e^2}{m\omega_0^2 r^3}. \quad (6)$$

Для оценки значения магнитной проницаемости свободного пространства μ_0 мы используем аналогичную процедуру, ассоциируя эту величину с линейным магнитным откликом квантового вакуума. Здесь мы сталкиваемся с дополнительной трудностью, состоящей в том, что некоторые аспекты намагничивания среды возникают как чисто квантовые эффекты и не имеют классического объяснения. Решение в этом случае состоит в том, чтобы прибегнуть к полуклассическим допущениям, которые часто дают правильные оценки порядка величины магнитных явлений [12]. Мы продолжим наш анализ, адаптируя результаты квантовой механики с целью получить оценку μ_0 , исходя из достаточно наивной классической картины.

Магнитным аналогом уравнения (2) является

$$H = \frac{1}{\mu_0} B - M, \quad (7)$$

где M – намагничивание, H – то, что иногда называют ‘величиной магнитного поля’, хотя мы будем называть эту величину просто H и зарезервируем указанное название для величины B . По аналогии с D , вектор H выделяет соответствующий вклад из полного магнитного поля. Это выражение подсказывает, как связать величину, обратную μ_0 , с магнитным откликом вакуума.

⁴ Принцип неопределенности также порождает оценку для этой величины на основе условия $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$, где Δx и Δp обозначают соответственно неопределенность координаты и импульса. Погрешность импульса $\Delta p = \hbar\omega_0/c$ с учетом энергии покоя дает $\Delta x \geq c/2\omega_0$, что по порядку величины равно комптоновской длине волны. Точный выбор того, как соотносить Δx с объемом диполя, в известной мере произволен, если основываться на соотношении неопределенностей.

⁵ Тот же результат получается при выводе в гауссовых единицах, для которых $\epsilon_0 = 1/4\pi$.

⁶ Подставляя типичные значения в уравнение (6), например, $\hbar\omega_0 = 2mc^2$ в качестве энергии покоя позитрония и $r = \lambda_c/2$, можно получить $\tilde{\epsilon}_0 = 2e^2/\hbar c = 1.62 \times 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$. Это – правильная по порядку величины оценка. Однако, исходя из числовых множителей, которые незначительно изменяют результат, мы отмечаем, что выражение для $\tilde{\epsilon}_0$ не зависит от массы покоя, если энергетическая щель пропорциональна этой массе. Как отмечается ниже, этот факт подсказывает, что суммируя вклады от всех элементарных частиц с электрическим зарядом, мы тем самым реинтерпретируем вышеуказанное значение $\tilde{\epsilon}_0$ как частный вклад от виртуальных электронно-позитронных пар. Такой подход позволяет дать оценку числа элементарных пар, вызывающих отклик вакуума.

По аналогии с поляризацией, величина M может быть рассчитана для микроскопического магнитного дипольного момента M и его эффективного объема:

$$M = \frac{\mathcal{M}}{V}, \quad (8)$$

где из соображений совместимости используется тот же объем, что и для φ .

Внешнее магнитное поле, приложенное к вакууму, наводит переменное электрическое поле, которое ускоряет движение виртуального электрона и позитрона в противоположных направлениях. Это электрическое поле E_i , наведенное по круговой орбите, равно

$$E_i = -\frac{r}{2}\dot{B}, \quad (9)$$

где точка обозначает производную по времени. Оно генерирует момент, который увеличивает угловой момент электрона J на величину

$$\Delta J = \frac{er^2}{2} B. \quad (10)$$

Согласно квантовой механике, магнитный момент и угловой момент связаны между собой соотношением

$$M = \frac{ge}{2m} J, \quad (11)$$

где g – множитель Ланде. Полный орбитальный или диамагнитный вклад должен давать $g = 1$, в то время как $g = 2$ должен соответствовать чисто спиновому или парамагнитному вкладу. Выберем для определенности последний вариант.

Из соображений симметрии и простоты состояние с угловым моментом виртуальной пары предполагается синглетным, в этом случае позитрон дает одинаковый с электроном вклад в магнитный отклик. Таким образом, эти частицы обладают противоположными спинами и орбитальными угловыми моментами, но, вследствие противоположности их зарядов, индивидуальные отклики суммируются. Подставляя приращение углового момента, даваемое уравнением (10), в уравнение (11) и умножая на множитель 2 с учетом вклада позитрона, получаем величину наведенного дипольного момента

$$\mathcal{M} = \frac{e^2 r^2}{m} B, \quad (12)$$

откуда

$$\tilde{\mu}_0 = \frac{mr}{e^2}. \quad (13)$$

Выражения для $\tilde{\varepsilon}_0$ и $\tilde{\mu}_0$ должны соответствовать уравнениям Максвелла. Полагая $\tilde{\varepsilon}_0 \tilde{\mu}_0 = 1/c^2$, находим соотношение между энергией перехода $\mathcal{E}_0$ и радиусом r . Более того, произведение $\tilde{\varepsilon}_0 \tilde{\mu}_0$ не зависит от объема виртуальной пары, так как он выпадает из окончательного отношения

$$c^2 = \frac{1}{\tilde{\varepsilon}_0 \tilde{\mu}_0} = \frac{\mathcal{M}/B}{\wp/E}, \quad (14)$$

что влечет за собой тот факт, что в нашей модели скорость света является локальным следствием магнитного и электрического откликов каждой виртуальной пары. Используя уравнения (4) и (12), получаем для радиуса, через который выражается объем виртуальной пары

$$r = \frac{c}{\omega_0}. \quad (15)$$

В соответствии с уравнениями Максвелла это дает путем подстановки уравнения (15) в уравнение (6) следующее выражение для $\tilde{\varepsilon}_0$ (и $\tilde{\mu}_0 = 1/\tilde{\varepsilon}_0 c^2$)

$$\tilde{\varepsilon}_0 = \frac{\hbar \omega_0}{mc^2} \frac{e^2}{\hbar c}. \quad (16)$$

Данное уравнение может быть выражено через постоянную тонкой структуры $\alpha = e^2/(4\pi\varepsilon_0\hbar c)$ и известное значение ε_0 в виде⁷

$$\tilde{\varepsilon}_0 = 4\pi\alpha \frac{\hbar \omega_0}{mc^2} \varepsilon_0. \quad (17)$$

Это соотношение показывает, что наша простая модель дает числовые значения $\tilde{\varepsilon}_0$ и $\tilde{\mu}_0$ неожиданно близкие значения⁸ для ε_0 и μ_0 , что служит аргументом в пользу новой физической интерпретации. Однако более внимательный анализ показывает, что уравнение (16) занижает правильное значение ε_0 и завышает правильное значение μ_0 при точном выборе $\hbar \omega_0$.

Кроме того, становится ясным поразительное свойство $\tilde{\varepsilon}_0$ и $\tilde{\mu}_0$: их значения не зависят от массы, если, как ожидается, энергия щели зависит от m линейно. В самом деле, можно было бы предполагать, что только легчайшие элементарные заряженные частицы способны давать вклад в поляризацию вакуума, поскольку их виртуальное возбуждение требует наименьшего количества энергии. Но независимость от массы приводит к неожиданному заключению, что все элементарные заряженные частицы вносят более или менее одинаковый вклад в отклик вакуума. Уравнение (16) должно тогда описывать лишь часть эффекта поляризации вакуума. Полный же отклик должен быть суммой всех частичных вкладов [13,14], взвешенных, однако, пропорционально квадратам их зарядов q_j , где индекс $j = 1, 2, \dots$ обозначает различные пары виртуальных элементарных частиц. При этом уравнение (16) преобразуется к виду

$$\tilde{\varepsilon}_0^{\text{total}} = 4\pi\alpha \frac{\hbar \omega_0}{mc^2} \sum_j \left(\frac{q_j}{e} \right)^2 \varepsilon_0. \quad (18)$$

⁷ В гауссовых единицах постоянная тонкой структуры равна $\alpha = e^2/(\hbar c)$, и этот результат не зависит от выбора системы единиц.

⁸ Предположив, что $\hbar \omega_0 = 2mc^2$, получим коэффициент несовпадения $4\pi\alpha\hbar\omega_0/mc^2 \approx 1/10$. Мы считаем, что это неожиданно хороший результат для использованной полуклассической модели.

Заметим кстати, что скорость света не зависит от числа частиц, поскольку оно не входит в уравнение (14). Равенство между $\tilde{\varepsilon}_0$ и ε_0 устанавливает соотношение между энергией щели и числом элементарных пар, давая оценку этого числа в виде

$$\sum_j \left(\frac{q_j}{e} \right)^2 = \frac{1}{4\pi\alpha} \frac{mc^2}{\hbar\omega_0}. \quad (19)$$

Выбор $\hbar\omega_0 = 2mc^2$ побуждает думать, что число пар частиц с зарядом, равным заряду электрона, примерно равно десяти.

В заключение укажем, что нашей целью было продемонстрировать, как небольшое число разумных допущений позволяет вывести правильные по порядку величины значения ε_0 и ω_0 , а также понять их физический смысл⁹. В то время, как классический электромагнетизм полагает их просто константами, лишенными глубинного физического смысла, в свете квантовой теории они могут быть связаны с фундаментальными физическими процессами, поляризацией и намагничиванием виртуальных пар в вакууме в линейном режиме, в слабых и низкочастотных (классических) полях. Мы думаем, в этом нет ничего удивительного. Кроме того, одним из результатов нашей модели является независимая оценка объема, ассоциируемого с виртуальной парой. Далее, наши оценки также позволяют определить число заряженных элементарных частиц. Более строгий расчет должен быть связан с квантованными полями [15] и потенциально скорректированным откликом вблизи резонансной частоты.

Вклад легчайших элементарных частиц являются преобладающим во многих основополагающих нелинейных эффектах квантового вакуума. Напротив, обсуждаемые здесь линейные эффекты связаны с равноправным вкладом всех

⁹ Первый шаг к модели, более развитой в количественном отношении, состоит в учете различия между членом r^2 в уравнении (12) и средним орбитальным радиусом, необходимым для диамагнитного члена, обозначенного здесь через $\langle \rho^2 \rangle$ (где ρ - расстояние до оси в цилиндрических координатах), вызванного реальным распределением заряда. Предполагая постоянной вероятность плотности электронного заряда внутри твердого сферического объема с радиусом R , элементарный расчет показывает, что $\langle \rho^2 \rangle = 2/5 \times R^2$. Используя это значение в уравнении (12) и значение объема $V = 4\pi/3 \times R^3$ в уравнении (6), находим, что $R = \sqrt{5/2} \times \hbar c / (\hbar\omega_0)$, полагая $\tilde{\varepsilon}_0 \tilde{\mu}_0 = 1/c^2$. Эти результаты заменяют величину $\tilde{\varepsilon}_0$ в уравнении (17) новой оценкой

$$\tilde{\varepsilon}_0 = 3\alpha \left(\frac{2}{5} \right)^{3/2} \frac{\hbar\omega_0}{mc^2} \varepsilon_0. \quad (20)$$

Для полного числа виртуальных элементарных пар, вносящих вклад в отклик вакуума, вместо уравнения (19) тогда можно получить оценку

$$\sum_j \left(\frac{q_j}{e} \right)^2 = \frac{1}{3\alpha} \left(\frac{5}{2} \right)^{3/2} \frac{mc^2}{\hbar\omega_0}, \quad (21)$$

что дает около 90 пар, если $\hbar\omega_0 = 2mc^2$. Отметим, наконец, что реальное распределение заряда должно, вероятно, иметь максимум вблизи начальной точки, уменьшая таким образом отношение $\langle \rho^2 \rangle / R^2$ и, следовательно, увеличивая эффективный объем и число виртуальных пар, вносящих свой вклад.

элементарных частиц, включая еще неоткрытые, что связано с независимостью эффекта от масс виртуальных частиц.

Наконец, наше исследование говорит о том, как уравнения Максвелла обеспечивают связь между значением скорости света и величиной линейного отклика вакуума, предсказываемого квантовой физикой. Ситуация напоминает механизм уменьшения скорости света, обусловленный фазовыми сдвигами внутри диэлектрического материала. Нам кажется, что это – красивая связь между квантовыми представлениями о виртуальных частицах и вакуумными флуктуациями, с одной стороны, и актуальным значением максимальной скорости света, существующей в природе и порождающей так много фундаментальных следствий, с другой стороны. Тот факт, что знаменитая Лоренц-инвариантность уравнений Максвелла открывает такую возможность, добавляет неожиданности.

Благодарим за дискуссии, позволившие лучше понять данную проблему, наших коллег. В их число входят Katuscia N. Cassemiro, Pierre Chavel, Joseph H. Eberly, Michael Fleischhauer, Holger Gies, Uli Katz, Наталья В. Королькова, Gerard Mourou, Николай Б. Нарочный, Serge Reynaud, Wolfgang P. Schleich, Anthony E. Siegman и John Weiner.

Ссылки

1. D. J. Griffiths: Introduction to Electrodynamics, 3th edition (Prentice-Hall, New Jersey 1999) p. 180
2. I. E. Tamm: Fundamentals of the Theory of Electricity (Mir Publishers, Moscow 1979) p. 117
3. E. M. Purcell: Electricity and Magnetism, Berkeley Physics Course Vol. II (McGraw-Hill, New York 1965) p. 332
4. P. Milonni: The Quantum Vacuum (Academic Press Inc., New York, 1994)
5. W. Dittrich, H. Gies: Springer Tracts Mod. Phys. 166, 1 (2000)
6. W. Heisenberg, H. Euler: Z. Phys. 98, 714 (1936)
7. F. Sauter: Z. Phys. 69, 742 (1931)
8. F. Sauter: Z. Phys. 73, 547 (1931)
9. J. Schwinger: Phys. Rev. 82, 664 (1951)
10. M. Ruf, G. R. Mocken, C. Müller, K. Z. Hatsagortsyan, C.H. Keitel: Phys. Rev. Lett. 102, 080402 (2009)
11. N. B. Narozhny, S. S. Bulanov, V. D. Mur, V. S. Popov: Zh. Eksp. Teor. Fiz. 129, 14 (2006) [JETP 102, 9 (2006)]
12. R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: The Feynman Lectures on Physics, Vol. 2 (Addison-Wesley Publishing Co., Massachusetts 1964) Ch. 34
13. L. D. Landau, A. A. Abrikosov, I.M. Khalatnikov: Dokl. Akad. Nauk 95, 1177 (1954)
14. A. D. Sakharov: Teor. Mat. Fiz. 23, 178 (1974)
15. J. Savolainen, S. Stenholm: Am. J. Phys. 40, 667 (1972)