

# УВЕЛИЧЕННАЯ ОЦЕНКА ЭНТРОПИИ ВСЕЛЕННОЙ

Ch. Egan ([chas@mso.anu.edu.au](mailto:chas@mso.anu.edu.au)), Ch. Lineweaver (Австралия)

Перевод М.Х. Шульмана ([shulman@dol.ru](mailto:shulman@dol.ru))

---

arXiv:0909.3983v1 [astro-ph.CO] 22 Sep 2009

## A LARGER ESTIMATE OF THE ENTROPY OF THE UNIVERSE

### CHAS A. EGAN

Research School of Astronomy and Astrophysics, Australian National University, Canberra, Australia 1

### CHARLES H. LINEWEAVER

Planetary Science Institute, Research School of Astronomy and Astrophysics and Research School of Earth Sciences, Australian National University, Canberra, Australia

*Предварительная версия, 23 сентября 2009 г.*

---

## АННОТАЦИЯ

Используя недавние измерения массовой функции сверхмассивных черных дыр, мы установили, что эти дыры дают наибольший вклад в энтропию наблюдаемой части Вселенной, который оценивается как минимум на порядок больше, чем ранее найденная оценка. Полная энтропия наблюдаемой Вселенной соответственно оказывается выше и составляет  $S_{obs} = 3.1_{-1.7}^{+3.0} \times 10^{104} k$ . Мы вычисляем энтропию современного космического горизонта событий, которая оказывается равной  $S_{CEH} = 2.6 \pm 0.3 \times 10^{122} k$ , уменьшая энтропию ее внутренней части до  $S_{CEH int} = 1.2_{-0.7}^{+1.1} \times 10^{103} k$ . Мы предпринимаем первую попытку оценить энтропию темной материи в наблюдаемой Вселенной, получив  $S_{dm} = 10^{88 \pm 1} k$ . Мы делаем некоторые предостережения, связанные с этими оценками, и некоторые рекомендации на будущее.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Подсчет энтропии Вселенной важен, потому что ее рост ассоциируется со всеми необратимыми процессами, в любых масштабах и для всех граней природы: гравитационные феномены, аккреционные диски, сверхновые, звездный синтез, земная погода, химические, геологические и биологические процессы (Frautschi 1982; Lineweaver & Egan 2008).

Недавно Frampton et al. (2008) и Frampton & Kephart (2008) привели подсчет энтропии для наблюдаемой части Вселенной. Их подсчет (представленный вместе с другими в табл. 1) оценивает полную энтропию наблюдаемой Вселенной в виде  $S_{obs} \sim 10^{102} k - 10^{103} k$ , причем преобладает энтропия сверхмассивных черных дыр в центре галактик. Рост энтропии еще не ограничивается каким-либо пределом,

подобно голографическому пределу ('t Hooft 1993; Susskind 1995)  $S_{max} \sim 10^{123}k$  (Frampton et al. 2008), он является причиной продолжающихся диссипативных процессов, и благодаря ему жизнь может существовать.

В этой статье мы улучшаем подсчет энтропии на основе недавних наблюдательных данных и оценке неопределенностей. Статья имеет следующую структуру. В остальной части введения мы описываем две различные схемы для количественной оценки роста энтропии во Вселенной, а также обсуждаем предостережения, относящиеся к идентификации гравитационной энтропии. Наши основные результаты представлены в разделах 2 и 3, где мы приводим новый подсчет энтропии для каждой из двух расчетных схем. Мы заканчиваем приводимым в разделе 4 обсуждением, касающимся эволюции во времени полученной энтропийной оценки, а также обсуждаем идеи, связанные с будущими исследованиями.

В рамках данной статьи мы предполагаем нулевую кривизну ( $k = 0$ ), что предсказывается инфляционной моделью (Guth 1981; Linde 1982) и подтверждается наблюдениями (Spergel et al. 2007). Принятые значения для остальных космологических параметров:  $h = 0.705 \pm 0.013$ ,  $\omega_b = \Omega_b h^2 = 0.0224 \pm 0.0007$ ,  $\omega_m = \Omega_m h^2 = 0.136 \pm 0.003$  (Seljak et al. 2006) и  $T_{cmb} = 2.725 \pm 0.002 K$  (Mather et al. 1999) (упомянутые неопределенности составляют  $1\sigma$ ).

### 1.1. Две схемы количественной оценки возрастания энтропии во Вселенной

Если не учитывать статистические флуктуации, то обобщенный второй закон термодинамики требует, чтобы энтропия Вселенной (включая энтропию Бекенштейна-Хокинга для случая некоторой области, скрытой за горизонтом событий), не должна уменьшаться со временем (Bekenstein 1974; Gibbons & Hawking 1977). В метрике Фридмана-Робертсона-Уокера (FRW) обобщенный второй закон может быть выполнен в рамках как минимум двух расчетных схем:

1. Полная энтропия в достаточно большом сопутствующем<sup>1</sup> объеме Вселенной не уменьшается с течением космического времени, так что

$$dS_{comoving\ volume} \geq 0; \quad (1)$$

2. Полная энтропия материи, содержащейся внутри космического горизонта событий (cosmic event horizon – CEH), сложенная с собственной энтропией CEH, также не уменьшается с течением космического времени,

$$dS_{CEH\ interior} + dS_{CEH} \geq 0. \quad (2)$$

В первой из этих схем система ограничена замкнутой сопутствующей поверхностью. Система эффективно изолирована, поскольку крупномасштабные однородность и изотропность предотвращают потоки энтропии из сопутствующего объема или внутрь него. Эволюция во времени (time-slicing) в этой схеме происходит

<sup>1</sup> В данной статье термин “сопутствующий (comoving)” подразумевает расширение вместе со всей Вселенной – Примеч. пер.

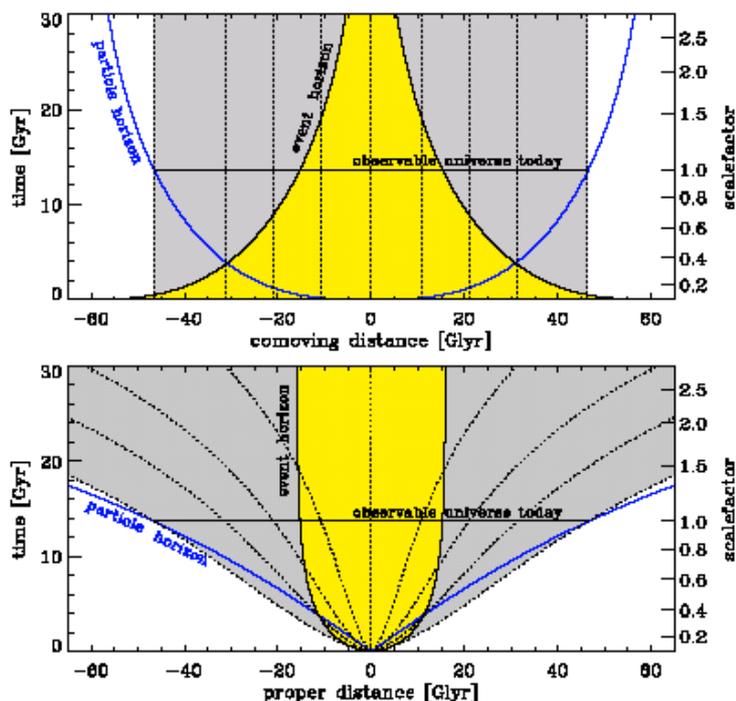


Рисунок 1.

На этих двух диаграммах показаны горизонт частиц (см. уравнение (42) и рис. 9) и космический горизонт событий (см. уравнение (46)) в зависимости от времени. Различие между этими диаграммами заключается в использовании пространственной системы координат: ось  $x$  на верхней диаграмме представляет собой сопутствующее (comoving) расстояние  $\chi \equiv \frac{D}{a}$ , где  $a$  – космический масштабный фактор, а на нижней диаграмме – собственное (proper) расстояние  $D$ . По вертикальной оси отложены время, млрд. лет (слева) и масштабный фактор (справа). Начало координат выбрано таким образом, что нашей галактике соответствует центральная вертикальная пунктирная линия. Остальные пунктирные линии отвечают удаленным галактикам, которые в первом приближении взаимно удаляются по мере расширения Вселенной. Синей линией (две симметричные ветви) показан горизонт частиц (particle horizon), черной линией (две симметричные ветви) – горизонт событий (event horizon). Горизонтальная черная линия указывает современную наблюдаемую вселенную (observable universe today). Область внутри горизонта частиц представляет собой наблюдаемую Вселенную. Сопутствующий объем, который соответствует современной наблюдаемой Вселенной, составляет около 13.7 миллиардов лет с момента Большого Взрыва и закрашен серым цветом. В схеме 1 с течением времени растет (или остается постоянной) энтропия сопутствующего объема. С другой стороны, в схеме 2 с течением времени растет (или остается постоянной) энтропия внутри горизонта событий (желтая область), сложенная с энтропией самого горизонта.

вдоль поверхностей постоянного космического времени<sup>2</sup>. Горизонты событий черных дыр используются для количественной оценки их энтропии, однако космический горизонт событий (СЕН) игнорируется, поскольку допущение о крупномасштабной однородности делает для нас возможным отслеживать энтропию материи вне объема. Разумным выбором сопутствующего объема в этой схеме является

<sup>2</sup> Т.е. вдоль вертикальных линий на рис. 1 – Примеч. пер.

сопутствующая сфера, соответствующая наблюдаемой части Вселенной, т.е. серая область на рис. 1. Соответственно, в разделе 2 мы подсчитываем современную оценку для энтропии наблюдаемой Вселенной, не включая сюда космический горизонт событий.

Вторая схема подобна первой в том, что эволюция во времени также происходит вдоль поверхностей постоянного космического времени. Однако здесь система (закрашенная желтым область на рис. 1) ограничена зависящим от времени космическим горизонтом событий, а не сопутствующей границей. Миграцией материи через СЕН пренебречь нельзя, и энтропия космического горизонта событий (Gibbons & Hawking 1977) должна быть включена в общий подсчет (см., например, Davis et al. 2003). Современная энтропия космического горизонта событий и ограничиваемой им области вычисляется в разделе 3.

## 1.2. Энтропия и гравитация

Широко признано, что негравитирующие системы частиц эволюционируют к однородному распределению температуры и плотности. Соответствующее увеличение в объеме пространства импульсов и координатного пространства, занимаемом входящими в систему частицами, связано с увеличением энтропии. С другой стороны, сильно гравитирующие системы становятся все более структурированными. Эта “структурированность”, наивно отождествляемая с “упорядоченностью”, не позволяет так легко обнаружить, что полная энтропия возрастает. В системах такого рода энтропия распределена среди многочисленных компонент, все из которых должны учитываться.

Например, практически бесстолкновительные длиннодействующие гравитационные взаимодействия между звездами проявляются в динамической релаксации галактик (Lynden-Bell 1967) (при этом движение тел связано с диссипацией, и энтропия переносится от звезд в другие области галактики) и “испарением” звезд из галактик (при этом звезды полностью вытесняются, унося с собой энергию, угловой момент и энтропию, а остаток материи сжимается; см., например, Binney & Tremaine 2008). В более сильно диссипирующих системах, например, аккреционных дисках, негравитационные взаимодействия (вязкая и/или магниторотационная неустойчивость; см. Balbus & Hawley 2002) переносят угловой момент и рассеивают энергию и энтропию.

В дополнение к этому, энтропия также растет при формировании гравитонов. Хорошим примером являются связанные двойные спиральные системы (in-spiral of close binaries), такие, как двойная система пульсара Hulse-Taylor (Hulse & Taylor 1975; Weisberg & Taylor 2005). Гравитационные волны, излучаемые системой, извлекают орбитальную энергию (и, следовательно, энтропию) и позволяют системе сжиматься.

Энтропия общего гравитационного поля пока еще неизвестна. Penrose (1987, 1979, 2004) предложил связать ее с тензором кривизны Вейля  $W_{\mu\nu\kappa\lambda}$ . В конформно плоских пространствах (таких, как идеальная FRW-Вселенная) кривизна Вейля исчезает, постулируется также исчезновение энтропии (до пределов, накладываемых квантовой неопределенностью). В разветвленных (clumpy) пространствах кривизна Вейля принимает большие значения, и гравитационная энтропия высока. В то время, как кривизна Риччи  $R_{\mu\nu}$  исчезает в отсутствие материи, кривизна Вейля может еще быть ненулевой (например, гравитационные волны,

распространяющиеся через пустое пространство), и соответствующая гравитационная энтропия также может быть ненулевой.

Если эти идеи правильны, то низкая гравитационная энтропия ранней Вселенной проистекает из малых первичных гравитационных возмущений. Тогда гравитационная энтропия растет вместе растущей амплитуды линейной плотности флуктуаций, параметризуемой с помощью спектра мощности материи  $P(k)$ . Однако современная гравитационная энтропия, как ожидается, преобладает над нелинейными сверхплотностями (с большими тензорами Вейля), которые образовались вследствие равенства материи и излучения.

В предельных случаях гравитационная стратификация приводит к образованию черных дыр. Энтропия черной дыры хорошо известна (Bekenstein 1973; Hawking 1976; Strominger & Vafa 1996). Так, энтропия шварцшильдовой черной дыры дается выражением

$$S_{BH} = \frac{kc^3}{G\hbar} \frac{A}{4} = \frac{4\pi kG}{c\hbar} M^2 \quad (3)$$

где  $A = \frac{16\pi G^2 M^2}{c^4}$  – площадь горизонта событий,  $M$  – масса черной дыры. Поскольку оценить гравитационную энтропию сложно, мы включаем ее в двух случаях: для теплового распределения гравитонов и для черных дыр.

## 2. СОВРЕМЕННАЯ ЭНТРОПИЯ НАБЛЮДАЕМОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Оценка современной величины энтропии наблюдаемой Вселенной была совсем недавно получена в работах Frampton et al. (2008) и Frampton & Kephart (2008). Эти работы, как и более ранние работы (Kolb & Turner 1981; Frautschi 1982; Penrose 2004; Bouso et al. 2007) сопоставили наибольшие вклады в энтропию наблюдаемой Вселенной черным дырам (ЧД), за которыми следуют космическое микроволновое фоновое излучение (СМВ) и фоновый поток нейтрино. Последняя колонка табл. 1 содержит предшествующие оценки энтропии в ЧД, СМВ и нейтрино, а также существенно менее заметных компонент.

Таблица 1  
Текущее значение энтропии в наблюдаемой Вселенной (Схема 1 оценки энтропии)

Компонента	Плотность энтропии $s$ [к м <sup>-3</sup> ]	Энтропия $S$ [к]	Энтропия $S$ [к] (предш. работа)
SMBHs	$8.4^{+8.2}_{-4.7} \times 10^{23}$	$3.1^{+3.0}_{-1.7} \times 10^{104}$	$10^{101}$ [1], $10^{102}$ [2], $10^{103}$ [3]
* Stellar BHs (42 – 140 $M_{\odot}$ )	$8.5 \times 10^{18+0.8}_{-1.6}$	$3.1 \times 10^{99+0.8}_{-1.6}$	–
Stellar BHs (2.5 – 15 $M_{\odot}$ )	$1.6 \times 10^{17+0.6}_{-1.2}$	$5.9 \times 10^{97+0.6}_{-1.2}$	$10^{97}$ [2], $10^{98}$ [4]
Photons	$1.478 \pm 0.003 \times 10^9$	$5.40 \pm 0.15 \times 10^{89}$	$10^{88}$ [1, 2, 4], $10^{89}$ [5]
Relic Neutrinos	$1.411 \pm 0.014 \times 10^9$	$5.16 \pm 0.15 \times 10^{89}$	$10^{88}$ [2], $10^{89}$ [5]
Dark Matter	$5 \times 10^7 \pm 1$	$2 \times 10^{88 \pm 1}$	–
Relic Gravitons	$1.7 \times 10^{7+0.2}_{-2.3}$	$6.2 \times 10^{87+0.2}_{-2.3}$	$10^{86}$ [2, 3]
ISM & IGM	$20 \pm 15$	$7.1 \pm 5.6 \times 10^{81}$	–
Stars	$0.26 \pm 0.12$	$9.5 \pm 4.5 \times 10^{80}$	$10^{79}$ [2]
<b>Total</b>	$8.4^{+8.2}_{-4.7} \times 10^{23}$	$3.1^{+3.0}_{-1.7} \times 10^{104}$	$10^{101}$ [1], $10^{102}$ [2], $10^{103}$ [3]

(SMBHs – сверхмассивные черные дыры; Stellar BHS – черные дыры звездной массы; Photons – фотоны; Relic Neutrinos – реликтовые нейтрино; Dark Matter – темная материя; Relic Gravitons – реликтовые гравитоны; ISM & IGM – межзвездная и межгалактическая среда; Stars – звезды; Total – Всего)

ПРИМЕЧАНИЕ. — Наша оценка совместима с предшествующими оценками, приводимыми в литературе, за исключением того, что сверхмассивные черные дыры, которые доминируют в этой оценке, содержат по крайней мере на порядок большую энтропию, чем утверждалось раньше, вследствие вклада черных дыр в 100 раз больше, чем рассмотренные ранее. Погрешность в объеме наблюдаемой части Вселенной (см. приложение) была включена в упомянутые погрешности. Черные дыры с массой в диапазоне 42 - 140  $M_{\odot}$  (отмеченные символом \*) включены условно, поскольку их существование экспериментально не подтверждено. Предшествующая работа: [1] Penrose (2004), [2] Frampton et al. (2008), [3] Frampton & Kephart (2008), [4] Frautschi (1982), [5] Kolb & Turner (1981).

Ниже в подразделах с 2.1 по 2.7 описываются данные и предположения, использованные для вычисления наших плотностей энтропии (колонка 2 табл. 1). Наш подсчет энтропии для наблюдаемой Вселенной (колонка 3 табл. 1) получен перемножением плотности энтропии на объем наблюдаемой Вселенной  $V_{obs}$ .

$$S_i = s_i V_{obs} \quad (4)$$

где  $s_i$  - плотность энтропии для компонента  $i$ . Объем наблюдаемой Вселенной равен (см. приложение)

$$V_{obs} = 43.2 \pm 1.2 \times 10^4 \text{ (св. лет)}^3 = 3.65 \pm 0.10 \times 10^{80} \text{ м}^3 \quad (5)$$

## 2.1. Барионы

Для нерелятивистского невырожденного газа удельная энтропия (энтропия на один барион) дается уравнением Sakur-Tetrode (см., например, Basu & Lynden-Bell 1990)

$$(s/n_b) = \frac{k}{n_b} \sum_i n_i \ln \left[ Z_i(T) (2\pi m_i kT)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{3}{2}} n_i^{-1} h^{-3} \right], \quad (6)$$

где  $i$  – индекс типа частиц в газе,  $n_i$  – плотность частиц  $i$  – го типа,  $Z_i(T)$  – внутренняя плотность распределения для этого типа. Basu & Lynden-Bell (1990) определили удельную энтропию между 11k и 21k на барион для главной последовательности звезд с массой, приблизительно равной солнечной. Для компонент межзвездной среды (interstellar medium - ISM) и межгалактической среды (intergalactic medium - IGM) они определили удельные энтропии между 20k ( $H_2$  в ISM) и 143k (ионизованный водород в IGM) на барион.

Космическая плотность энтропии в звездах  $s_*$  может быть оценена умножением удельной энтропии звездного материала на численную космическую плотность барионов в звездах  $n_{b*}$ :

$$s_* = (s/n_b)_* n_{b*} = (s/n_b)_* \frac{\rho_*}{m_p} = (s/n_b)_* \left[ \frac{3H^2 \Omega_*}{8\pi G m_p} \right]. \quad (7)$$

Используя параметр космической звездной плотности  $\Omega_* = 0.0027 \pm 0.0005$  (Fukugita & Peebles 2004), и удельные значения энтропии для звезд главной последовательности примерно солнечной массы (они доминируют среди прочих звездных масс), мы находим:

$$s_{gas} = 0.26 \pm 0.12 k M^{-3}, \quad (8)$$

$$S_{gas} = 9.5 \pm 4.5 \times 10^{80} k. \quad (9)$$

Аналогично, комбинирование плотности энергии для ISM и IGM дает  $\Omega_{gas} = 0.040 \pm 0.003$  (Fukugita & Peebles 2004), и, используя удельные значения энтропии для компонент ISM & IGM, находим

$$s_{gas} = 20 \pm 15 k M^{-3}, \quad (10)$$

$$S_{gas} = 7.1 \pm 5.6 \times 10^{81} k. \quad (11)$$

Погрешности в (9) и (11) в основном обусловлены погрешностями в определении весов масс в удельных значениях энтропии, но включают также погрешности оценки  $\Omega_*$ ,  $\Omega_{gas}$  и объема наблюдаемой Вселенной.

## 2.2. Фотоны

Фотоны космического микроволнового фонового излучения (СМВ) дают следующий по величине после черных дыр вклад в энтропию наблюдаемой Вселенной. Распределение фотонов в СМВ является тепловым (Mather et al. 1994) с современной температурой  $T = 2.725 \pm 0.002 K$  (Mather et al. 1999).

Энтропия СМВ вычислена с использованием уравнения для черного тела (см., например, Kolb & Turner (1990)):

$$s_\gamma = \frac{2\pi^2}{45} \frac{k^4}{c^3 \hbar^3} g_\gamma T_\gamma^3 = 1.478 \pm 0.003 \times 10^9 M^{-3}, \quad (12)$$

$$S_\gamma = 2.03 \pm 0.15 \times 10^{89} k. \quad (13)$$

где  $g_\gamma = 2$  - число состояний спина для фотона. Погрешность в (13) в основном обусловлена погрешностью оценки размера наблюдаемой Вселенной.

Вклад в полную энтропию фотонов, не принадлежащих СМВ (включая излучение звезд и тепловое излучение от ISM) несколько меньше, примерно  $10^{86} k$  (Frautschi 1982; Bousoo et al. 2007; Frampton et al. 2008).

## 2.3. Реликтовые нейтрино

Энтропия нейтрино не может быть вычислена непосредственно, поскольку температура космических нейтрино не измерена. Стандартные расчеты для эры излучения (см., например, Kolb & Turner 1990; Peacock 1999) описывают, как современная температура (и энтропия) безмассовых реликтовых нейтрино может быть вычислена на основании хорошо известной температуры фотонов СМВ. Так как эти физические основы потребуются в подразделах 2.4 и 2.5, мы кратко суммируем их здесь.

Упрощенно особенность эры излучения (как минимум, при известных энергиях  $\lesssim 10^{12}$  эв) состоит в том, субстанция излучения эволюционирует адиабатически: плотность энтропии уменьшается как куб от увеличения масштабного фактора  $s_{rad} \propto a^{-3}$ . Эта эволюция осуществляется адиабатически потому, что темп реакций в

указанной субстанции выше, чем темп  $H$  расширения Вселенной. Удобно представить плотность энтропии в виде

$$s_{rad} = \frac{2\pi^2}{45} \frac{k^4}{c^3 \hbar^3} g_{*S} T_\gamma^3 \propto a^{-3} \quad (14)$$

где  $g_{*S}$  - число релятивистских степеней свободы в субстанции (при  $m < kT/c^2$ ) примерно равно

$$g_{*S}(T) \approx \sum_{bosons, i} g_i \left( \frac{T_i}{T_\gamma} \right)^3 + \sum_{fermions, j} \frac{7}{8} g_j \left( \frac{T_j}{T_\gamma} \right)^3. \quad (15)$$

Для одиночных фотонов  $g_{*S} = g = 2$ , и, таким образом, уравнение (14) переходит в уравнение (12). Для фотонов, связанных с электронно-позитронной компонентой, такой, как существующая перед электрон-позитронная аннигиляция,

$$g_{*S} = g_\gamma + \frac{7}{8} g_{e^\pm} = 2 + \frac{7}{8} 4 = \frac{11}{2}$$

По мере расширения Вселенной массивные частицы аннигилируют, нагревая оставшуюся субстанцию. Влияние на фотонную температуру можно оценить, обращая уравнение (14),

$$T_\gamma \propto a^{-1} g_{*S}^{-1/3}. \quad (16)$$

Температура фотонов уменьшается менее быстро, чем  $a^{-1}$ , поскольку  $g_{*S}$  уменьшается с течением времени. Перед электрон-позитронной  $e^\pm$  - аннигиляцией температура фотонов была такой же, как и температура большинства освободившихся нейтрино. После  $e^\pm$  - аннигиляции нагреваются лишь фотоны, так что две температуры отличаются множителем  $C$ ,

$$T_\nu = C T_\gamma. \quad (17)$$

Разумная аппроксимация для  $C$  выводится исходя из предположения, что только фотоны нагревались во время  $e^\pm$  - аннигиляции, где  $4/11$  – отношение  $g_{*S}$  для фотонов к  $g_{*S}$  для фотонов совместно с электронами и позитронами.

На уровне  $10^{-3}$  необходимы поправки, потому что нейтрино не полностью освобождаются при  $e^\pm$  - аннигиляции (Gnedin & Gnedin 1998). Плотность энтропии нейтрино вычисляется, исходя из допущении о тепловом распределении с  $T_\nu = (4/11)^{1/3} T_\gamma$ , причем мы полагаем погрешность равной 1%.

$$s_\nu = \frac{2\pi^2}{45} \frac{k^4}{c^3 \hbar^3} g_\nu \left( \frac{7}{8} \right) T_\nu^3 = 1.411 \pm 0.014 \times 10^9 \text{ k m}^{-3} \quad (18)$$

Здесь  $g_\nu = 6$  (3 цвета, по 2 спиновых состояния в каждом). Полная энтропия нейтрино в наблюдаемой Вселенной равна в этом случае

$$S_\nu = 5.16 \pm 0.14 \times 10^{89} k \quad (19)$$

с погрешностью, в которой превалирует погрешность определения объема наблюдаемой Вселенной.

Эксперименты по осцилляциям нейтрино продемонстрировали наличие у нейтрино массы с помощью измерения разницы между тремя собственными состояниями для массы нейтрино (Cleveland et al. 1998; Adamson et al. 2008; Abe et al. 2008). По крайней мере, два массовых состояния тяжелее, чем  $\sim 0.009$  эв. Поскольку эта масса тяжелее, чем эквивалент их современной релятивистской оценки для энергии ( $\frac{k}{2} c T_\gamma = 0.0001$  эв, вычислено в предположении, что масса у них отсутствует), по крайней мере две из трех масс являются нерелятивистскими.

Расширение вынуждает нерелятивистские фракции охлаждаться пропорционально  $a^{-2}$  вместо  $a^{-1}$ , что приводит к пониженной температуры для нейтринного фона по сравнению с предложенной в уравнении (17). Плотность энтропии (вычисляемая в уравнении (18)) и энтропия (вычисленная в уравнении (19)) не зависят от перехода к нерелятивистскому охлаждению, поскольку космическое расширение релятивистского и нерелятивистского газов в обоих случаях представляет собой адиабатический процесс (сопутствующая энтропия сохраняется, так что в любом случае  $s \propto a^{-3}$ ). Мы пренебрегаем возможным ростом нейтринной энтропии вследствие движения в гравитационном потенциале во время структурного формирования. Более подробно это должно быть рассмотрено в будущей работе.

#### 2.4. Реликтовые гравитоны

Ожидается, что существует тепловой фон гравитонов, которые отсоединились от фотонной ванны приблизительно за планковское время и после этого охладились до температуры  $T_{grav} \propto a^{-1}$ . Фотоны охлаждались менее быстро, потому что они нагревались за счет аннигиляции фракций тяжелых частиц (уравнение 16). Таким образом, мы можем связать современную температуру гравитонов с современной температурой фотонов

$$T_{grav} = \left( \frac{g_{*S}(t_0)}{g_{*S}(t_{plank})} \right)^{1/3} T_\gamma, \quad (20)$$

где  $g_{*S}(t_{plank})$  - число релятивистских степеней свободы для планковского времени, а  $g_{*S}(t_0) = 3.91$  для современного мира (это пригодно даже в случае массивных нейтрино, поскольку они отсоединились от фотонного "супа" в то время, когда они были еще релятивистскими). При данной температуре фона гравитонов их энтропия равняется

$$s_{grav} = \frac{2\pi^2}{45} \frac{k^4}{c^3 \hbar^3} g_{grav} T_{grav}^3 \quad (21)$$

где  $g_{grav} = 2$ .

На рис. 2 показана зависимость  $g_{*S}$  от температуры. Эта зависимость хорошо известна для температур ниже примерно  $10^{12}$  эв, но неизвестна для более высоких температур. Предшествующие оценки энтропии фона гравитонов исходили из допущения  $g_{*S}(t_{plank}) \sim g_{*S}(10^{12} \text{ эв}) = 106.75$  (Frampton et al. 2008; Frampton & Kephart

2008), но это следует принять в качестве нижней границы для  $g_{*S}(t_{planck})$ , дающие верхнюю границу для  $T_{grav}$  and  $s_{grav}$ .

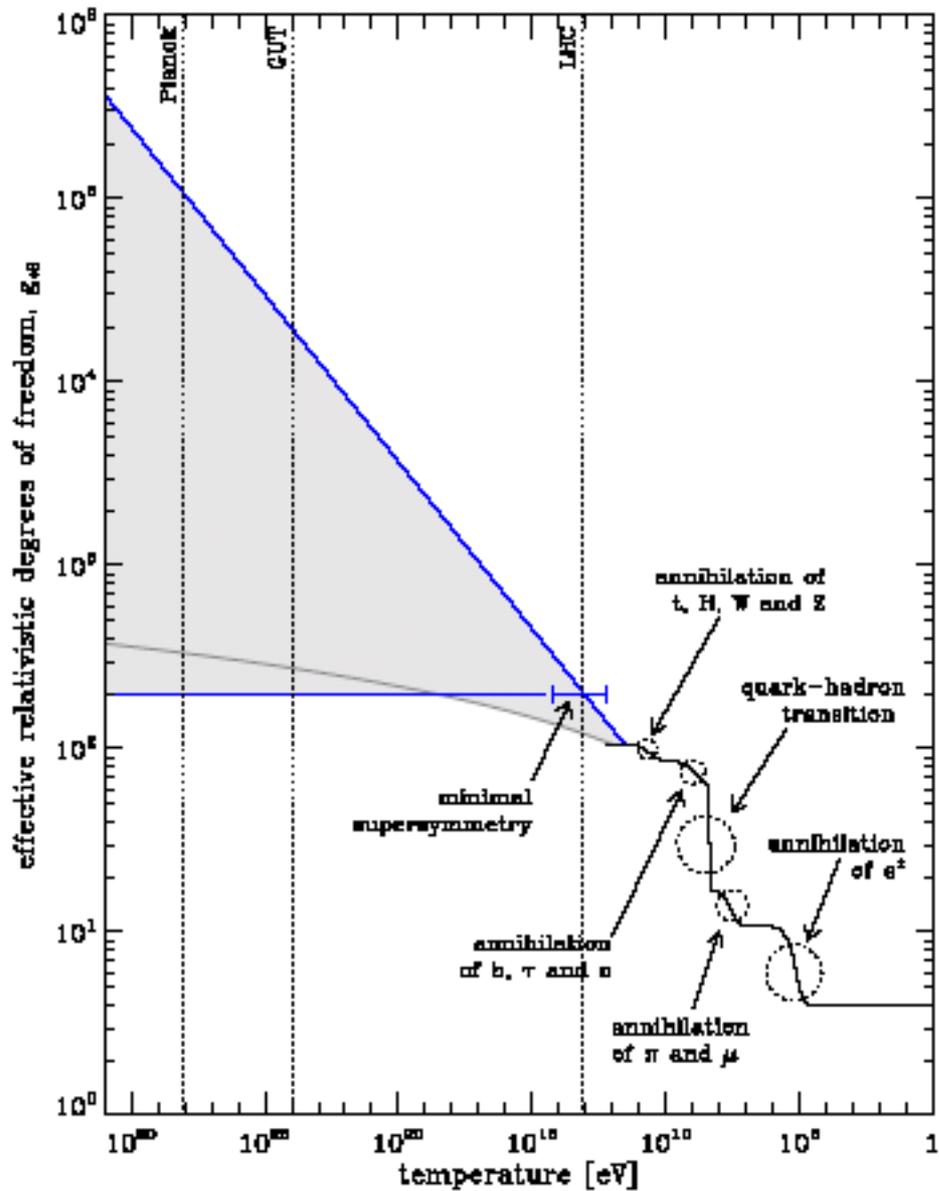


РИСУНОК 2.— число релятивистских степеней свободы  $g_{*S}$  в функции температуры, вычисленное с использованием описания, данного Coleman & Roos (2003). Все частицы стандартной модели являются релятивистскими при  $T \gtrsim 10^{12}$  эв и  $g_{*S}(10^{12} \text{ эв}) = 106.75$ . Значение  $g_{*S}$  не известно при температуре выше примерно  $T \sim 10^{12}$ . Для оценки правдоподобных диапазонов значений мы экстраполируем  $g_{*S}$  линейно (серая линия) и экспоненциально (тонкая голубая линия) в виде  $\log(T)$ . Минимальный вклад в  $g_{*S}$  от суперсимметричных партнеров показан (синяя полоса) и учтен при обозначении минимально правдоподобного значения  $g_{*S}$  при более высоких температурах (жирная синяя линия).

Чтобы получить лучшее представление о диапазоне возможных температур и энтропии гравитонов, мы задались тремя значениями для  $g_{*S}(t_{\text{plank}})$ . В качестве минимально правдоподобного значения мы используем  $g_{*S} = 200$  (рис. 2, жирная синяя линия), которое включает минимальный набор дополнительных частиц с предполагаемой суперсимметрией. В качестве промежуточного значения мы используем  $g_{*S} = 350$ , что соответствует линейной экстраполяции для  $f g_{*S}$  с помощью  $\log(T)$  для планковской шкалы (рис. 2, серая линия). И в качестве максимально правдоподобного значения мы используем  $g_{*S} = 10^5$ , что соответствует экспоненциальной экстраполяции (рис. 2, тонкая синяя линия). Соответствующие температуры гравитонов сегодня составляют (уравнение 20).

$$T_{\text{grav}} = 0.61_{-0.52}^{+0.12} \text{ К} \quad (22)$$

Подставляя это в уравнение (21), находим энтропию реликтового фона гравитонов равной

$$s_{\text{grav}} = 1.7 \times 10^{7+0.2}_{-2.5} \text{ к м}^{-3}, \quad (23)$$

$$S_{\text{grav}} = 6.2 \times 10^{87+0.2}_{-2.5} \text{ к}. \quad (24)$$

Интересно отметить возможность обращения уравнения (20), т.е. для вычисления числа релятивистских степеней свободы для планковского времени на основе будущих измерений фоновой температуры гравитонов.

## 2.5. Темная материя

Наиболее убедительная интерпретация темной материи состоит в том, что она является слабо взаимодействующим суперпартнером. Согласно этой идее, частицы темной материи отсоединились от фона излучения при некоторой энергии, превышающей массу частиц. Если эта интерпретация верна, то доля релятивистской энтропии фона в отсоединившейся темной материи  $t_{\text{dm dec}}$  определяется долей релятивистских степеней свободы, которые соответствовали темной материи в этот момент времени (см. уравнение (14)).

$$s_{\text{dm}} = \frac{g_{*S \text{ dm}}(t_{\text{dm dec}})}{g_{*S \text{ non-dm}}(t_{\text{dm dec}})} s_{\text{non-dm rad}} \quad (25)$$

Это может быть оценено для момента отсоединения темной энергии или некоторое время спустя, поскольку  $s_{\text{dm}}$ , и  $s_{\text{non-dm rad}}$  являются адиабатическими ( $\propto a^{-3}$ ).

Нам не известны какие-либо ограничения на численность суперпартнеров, которые коллективно могли бы составить темную материю. Требования, чтобы они испытывали лишь слабые взаимодействия и отсоединялись лишь при температуре выше энергии выше их массы, удовлетворяются, вероятно, лишь некоторыми (или даже одной) компонентами. Основываясь на этих аргументах, мы предполагаем, что  $g_{*S \text{ dm}}(t_{\text{dm dec}}) \lesssim 20$  и  $g_{*S}(t_{\text{dm dec}}) \gtrsim 106.75$ , что дает верхний предел

$$\frac{g_{*S} \, dm(t_{dm \, dec})}{g_{*S}(t_{dm \, dec})} \lesssim \frac{1}{5}. \quad (26)$$

С другой стороны, может быть гораздо больше степеней свободы, чем это предполагается минимальной суперсимметрией. Полагая  $g_{*S}$  экспоненциальной за пределами суперсимметричных масштабов (до  $10^{15}$  эв), мы находим, что  $g_{*S}(t_{dm \, dec}) \lesssim 800$ . В простейшем случае темная материя является единственной скалярной частицей, так что  $g_{*S} \, dm(t_{dm \, dec}) \gtrsim 1$ , и в качестве нижнего предела мы имеем

$$\frac{g_{*S} \, dm(t_{dm \, dec})}{g_{*S} \, non-dm(t_{dm \, dec})} \gtrsim \frac{1}{800}. \quad (27)$$

Подставляя это в уравнение (25), для настоящей эпохи получим

$$s_{dm} = 5 \times 10^{7 \pm 1} \, k \, m^{-3}, \quad (28)$$

где мы использовали найденные пределы, даваемыми уравнениями (26) и (27) и положили  $S_{non-dm \, rad}$  в качестве комбинированной энтропии нейтрино и излучения в современную эпоху (уравнения (12) и (18)). Соответствующая оценка для полной энтропии темной материи в наблюдаемой Вселенной составляет

$$S_{dm} = 2 \times 10^{88 \pm 1} \, k. \quad (29)$$

Как и для вычисленной нами энтропии нейтрино, и здесь нашим оценкам следует предпослать предостережение, что мы не рассматриваем изменения в энтропии темной материи, ассоциированной с образованием гравитационной структуры.

## 2.6. Черные дыры звездной массы

На верхней диаграмме рис. 3 показана функция начальной звездной массы (stellar initial mass function - IMF), параметризованная выражением

$$\frac{dn_{initial}}{d \log(M)} \propto \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\alpha+1}, \quad (30)$$

где  $\alpha = -1.35$  при  $M < 0.5M_{\odot}$  и  $\alpha = -2.35^{+0.65}_{-0.35}$  при  $M \geq 0.5M_{\odot}$  (Elmegreen 2007). Мы также показываем современное распределение для главной звездной последовательности, которое пропорционально начальному распределению для  $M \lesssim 1M_{\odot}$ , но уменьшено в соответствии с множителем  $(M/M_{\odot})^{-2.5}$  для более тяжелых звезд (Fukugita & Peebles 2004).

$$\frac{dn_{present}}{d \log(M)} = \begin{cases} \frac{dn_{initial}}{d \log(M)} & \text{for } M < 1M_{\odot} \\ \frac{dn_{initial}}{d \log(M)} \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2.5} & \text{for } M \geq 1M_{\odot} \end{cases} \quad (31)$$

Начальное и современное распределения нормированы с использованием современного значения космической плотности звезд  $\Omega_* = 0.0027 \pm 0.0005$  (Fukugita & Peebles 2004).

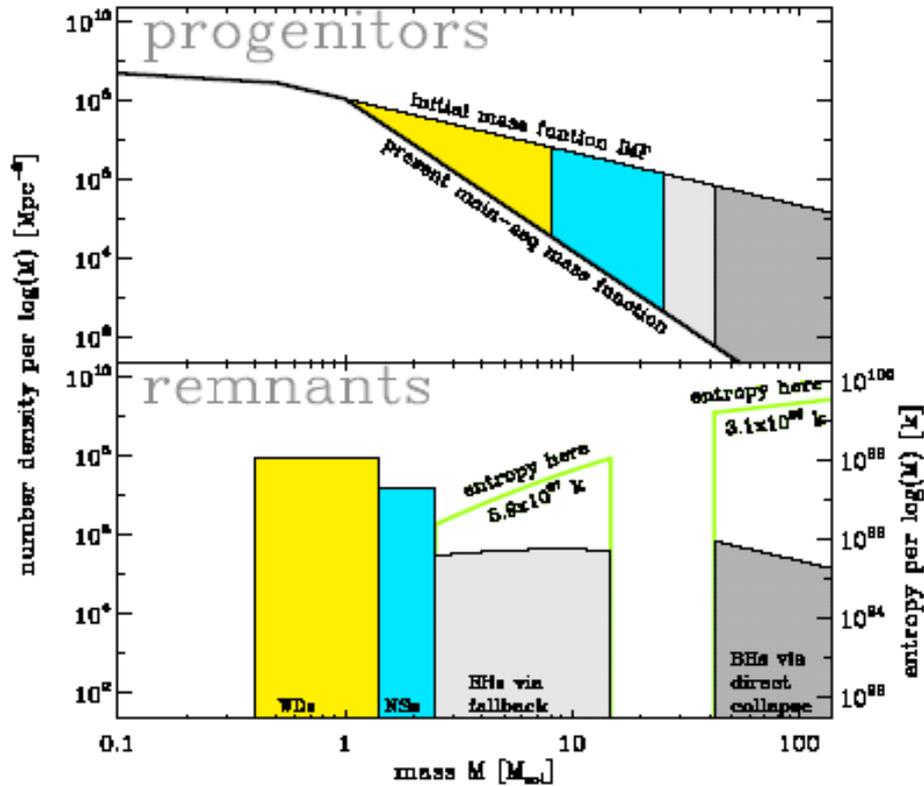


РИСУНОК 3.— Прародители (Progenitors) из начальной функции распределения массы (IMF) на верхней панели эволюционируют в распределение потомков (remnants) на нижней диаграмме. Форма функции современного распределения масс для звезд главной последовательности отличается от начальной функции (на верхней диаграмме) звездами, которые, умирая, превратились в белые карлики (желтая заливка), нейтронные звезды (голубая заливка) и черные дыры (светло- и темно-серая заливки). Современное распределение потомков показано на нижней диаграмме. Существование черных дыр в диапазоне  $2.5M_{\odot} \lesssim M \lesssim 15M_{\odot}$  (светло-серая заливка) было подтверждено наблюдениями. Они образуются из прародителей в диапазоне  $25M_{\odot} \lesssim M \sim 42M_{\odot}$  благодаря коллапсу ядра суперновых и стремительному сжатию, оценка их энтропии составляет  $5.9 \times 10^{87-88} k$  и we calculate their entropy to be  $5.9 \times 10^{87-88} k$ . Прародители с массой выше примерно  $42M_{\odot}$  могут эволюционировать непосредственно в черные дыры без значительной потери массы (темно-серая заливка) и содержать гораздо больше энтропии, но эта популяция пока не наблюдалась. Зеленая кривая, ограниченная зеленой вертикальной линией, показывает энтропию для распределения масс звездных черных дыр в наблюдаемой Вселенной.

Желтая заливка на верхней панели отвечает звездам с массой  $1M_{\odot} \lesssim M \lesssim 8M_{\odot}$ , которые, умирая, превращаются в остаточные белые карлики с массой  $1.4M_{\odot} \lesssim M \lesssim 2.5M_{\odot}$  (желтая заливка на нижней диаграмме). Голубая заливка отвечает звездам с массой  $8M_{\odot} \lesssim M \lesssim 25M_{\odot}$ , которые умирают, оставляя остаточные нейтронные звезды с массой  $1.4M_{\odot} \lesssim M \lesssim 2.5M_{\odot}$ . Светло-серая область соответствует звездам с массой  $25M_{\odot} \lesssim M \lesssim 42M_{\odot}$ , которые превращаются в черные дыры с массой  $2.5M_{\odot} \lesssim M \lesssim 15M_{\odot}$  через сверхновые (здесь мы пользуемся упрощенной функцией масс начало-конец из работы Fryer & Kalogera (2001)). Звезды с массой более  $\sim 42M_{\odot}$  коллапсируют непосредственно в черные дыры, не проходя фазу сверхновой и, следовательно, сохраняют в основном свою массу (темно-серые области) (Fryer & Kalogera 2001; Heger et al. 2005).

## 2.7. Сверхмассивные черные дыры

Предшествующие оценки энтропии сверхмассивных черных дыр (SMBH) (Penrose 2004; Frampton et al. 2008; Frampton & Kephart 2008) исходили из типичной массы SMBH и их числовой плотности, что дает энтропию  $S_{SMBH} = 10^{101} - 10^{103}k$ . Ниже мы используем функцию масс сверхмассивных ЧД, которую измерили недавно Graham et al. (2007).

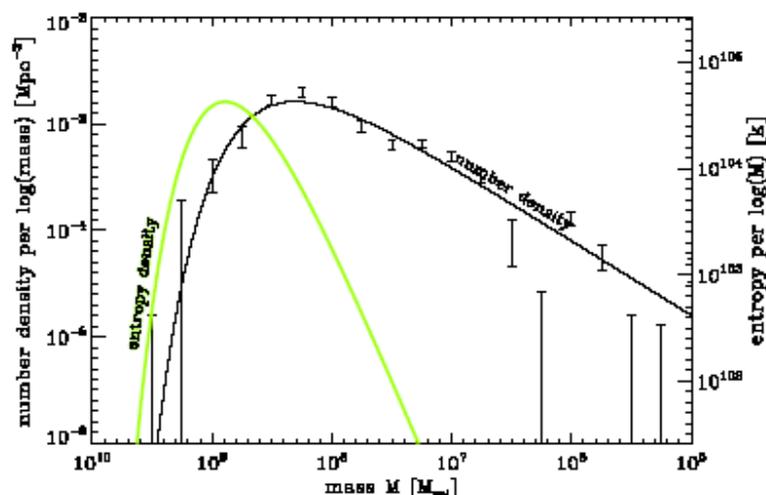


РИСУНОК 4.— Черная кривая (ось значений слева) – это массовая функция сверхмассивных ЧД (SMBH) из работы Graham et al. (2007), т.е. число сверхмассивных ЧД в  $\text{Mpc}^3$  на логарифмический массовый интервал. Зеленая кривая, ось значений которой расположена справа, показывает распределение масс для энтропии сверхмассивных ЧД в наблюдаемой Вселенной.

Положив трехпараметрическую функцию Шехтера (Schechter function) равной

$$\frac{dn}{d \log(M)} = \phi_* \left( \frac{M}{M_*} \right)^{\alpha+1} \exp \left[ 1 - \left( \frac{M}{M_*} \right) \right] \quad (34)$$

(числовая плотность на логарифмический массовый интервал), они нашли  $\phi_* = 0.0016 \pm 0.0004 \text{ Мпк}^{-3}$ ,  $M_* = 2.9 \pm 0.7 \times 10^8 M_\odot$  и  $\alpha = -0.30 \pm 0.04$ . Эти данные и наилучшая аппроксимация показаны в черном цвете на рис. 4.

Мы вычисляем плотность энтропии сверхмассивных ЧД путем интегрирования уравнения (3) по всей массовой функции сверхмассивных ЧД

$$s = \frac{4\pi kG}{c\hbar} \int M^2 \left( \frac{dn}{d\log(M)} \right) d\log(M). \quad (35)$$

Подынтегральное выражение изображено с помощью зеленой линии на рис. 4, показывающей что вклады энтропии сверхмассивных ЧД изначально обусловлены черными дырами с массой порядка  $\sim 10^9 M_\odot$ . Энтропия сверхмассивных ЧД получается равной

$$s_{SMBH} = 8.4_{-4.7}^{+8.2} \times 10^{23} k \text{ М}^{-3} \quad (36)$$

$$S_{SMBH} = 3.1_{-1.7}^{+3.0} \times 10^{104} k. \quad (37)$$

Погрешность здесь включает погрешности в массовой функции сверхмассивных ЧД и погрешности определения объема наблюдаемой Вселенной. Это по меньшей мере на порядок величины больше предшествующих оценок (см. табл. 1). Причина различия в том, что в работе (Graham et al. 2007) массовая функция сверхмассивных ЧД содержит больше черных дыр, чем это предполагалось ранее.

Frampton (2009) предположил, что черные дыры с промежуточной массой ( $M = 10^2 - 10^6 M_\odot$ ) в галактических гало могут содержать больше энтропии, чем сверхмассивные ЧД в ядрах галактик. Так это или нет, зависит от числовой плотности и распределения масс этой популяции. Рис. 5 комбинирует рис. 3 и 4 и показывает, какая промежуточная плотность черных дыр требуется для этого.

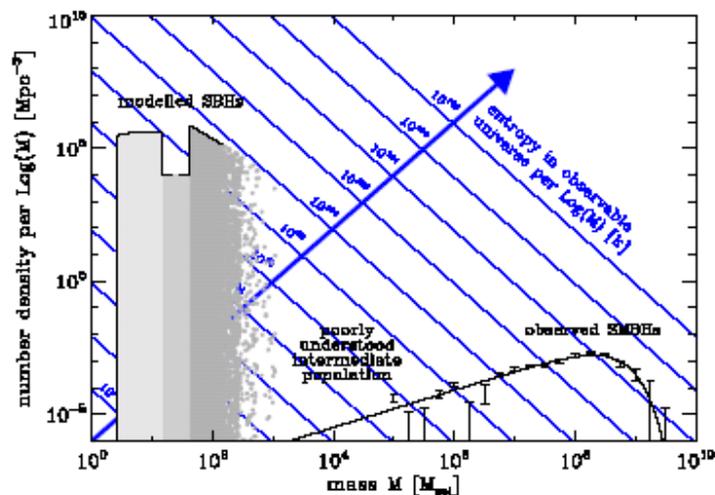


РИСУНОК 5.— Преобладает или нет в полной энтропии черных дыр вклад сверхмассивных ЧД, зависит от еще не известного числа ЧД с промежуточной массой.

### 3. ЭНТРОПИЯ КОСМИЧЕСКОГО ГОРИЗОНТА СОБЫТИЙ И ЕГО ВНУТРЕННЕЙ ЧАСТИ

В этом разделе мы вычисляем оценку энтропии по схеме 2, включающий энтропию космического горизонта событий и энтропию содержащейся в нем материи.

Собственный размер космического горизонта событий в общем случае зависит от времени, он растет, когда во Вселенной доминирует компонента энергии с уравнением состояния  $w > -1$  (излучение и материя), и остается постоянным, когда Вселенная доминирована темной энергией (допуская космологическую константу и  $w = -1$ ). Поскольку наша Вселенная в настоящее время доминирована темной энергией, рост горизонта событий замедлился, и сейчас он максимально велик по отношению к любым будущим значениям (нижняя диаграмма на рис. 1). В приложении мы рассчитываем современное значение радиуса и объема космического горизонта событий:

$$R_{CEH} = 15.7 \pm 0.4 \text{ млрд свет лет} \quad (38)$$

$$V_{CEH} = 1.62 \pm 0.12 \times 10^4 \text{ Glyr}^3 = 1.37 \pm 0.10 \times 10^{79} \text{ м}^3 \quad (39)$$

Мы также рассчитываем современное значение энтропии космического горизонта событий (following Gibbons & Hawking 1977),

$$S_{CEH} = \frac{kc^3 A}{G\hbar} \frac{1}{4} = \frac{kc^3}{G\hbar} \pi R_{CEH}^2 = 2.6 \pm 0.3 \times 10^{122} k. \quad (40)$$

Таблица 2

Энтропия горизонта событий и заключенной в нем материи (схема 2 оценки энтропии)

Компонент	Энтропия $S[k]$
Cosmic Event Horizon	$2.6 \pm 0.3 \times 10^{122}$
SMBHs	$1.2^{+1.1}_{-0.7} \times 10^{103}$
*Stellar BHs (42–140 $M_{\odot}$ )	$1.2 \times 10^{98+0.8-1.8}$
Stellar BHs (2.5–15 $M_{\odot}$ )	$2.2 \times 10^{96+0.6-1.3}$
Photons	$2.03 \pm 0.15 \times 10^{88}$
Relic Neutrinos	$1.93 \pm 0.15 \times 10^{88}$
Dark Matter	$6 \times 10^{86 \pm 1}$
Relic Gravitons	$2.3 \times 10^{86+0.2-3.1}$
ISM & IGM	$2.7 \pm 2.1 \times 10^{80}$
Stars	$3.5 \pm 1.7 \times 10^{78}$
<b>Total</b>	<b><math>2.6 \pm 0.3 \times 10^{122}</math></b>

(Cosmic Event Horizon – космический горизонт событий, SMBHs – сверхмассивные черные дыры; Stellar BHS – черные дыры звездной массы; Photons – фотоны; Relic Neutrinos – реликтовые нейтрино; Dark Matter – темная материя; Relic Gravitons – реликтовые гравитоны; ISM & IGM – межзвездная и межгалактическая среда; Stars – звезды; Total – Всего)

ПРИМЕЧАНИЕ. — В этой оценке доминирует энтропия космического горизонта событий. Черные дыры с массой в диапазоне 42 - 140  $M_{\odot}$  (отмеченные символом \*) включены условно, поскольку их существование экспериментально не подтверждено.

Значения энтропии различных компонент внутри космического горизонта событий рассчитаны с использованием плотностей энтропии  $s_i$  из раздела 2:

$$S_i = s_i V_{CEH} \quad (41)$$

Таблица 2 показывает, что вклад космического горизонта событий на 20 порядков превосходит энтропию компонент, энтропия которых следует за горизонтом по величине, т.е. сверхмассивных черных дыр.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ

Второе начало термодинамики утверждает, что энтропия изолированной системы увеличивается или остается постоянной, но не уменьшается. Это было применено ко Вселенной в крупном масштабе по крайней мере двумя способами (уравнения (1) и (2)). Первая схема требует, чтобы энтропия в сопутствующем объеме не уменьшалась. Вторая схема требует, чтобы не возрастала суммарная энтропия самого космического горизонта и материи, содержащейся внутри него.

Мы вычислили улучшенные оценки для современных составляющих энтропии по схеме 1 (нормированных на современную величину наблюдаемой Вселенной) и по схеме 2. Они приведены в табл. 1 и 2 соответственно.

Энтропия темной материи ранее не рассчитывалась. Мы нашли, что вклад темной материи в энтропию наблюдаемой Вселенной составляет  $10^{88 \pm 1} k$ . Мы отмечаем, что оценки для энтропии нейтрино и темной материи не включают рост, обеспеченный их движением в гравитационных потенциалах во время образования структуры. Для нас *a priori* неясно, существенно ли их игнорирование, но это возможно, поскольку в настоящую эпоху обе эти компоненты являются нерелятивистскими. Это должно быть исследовано в будущей работе.

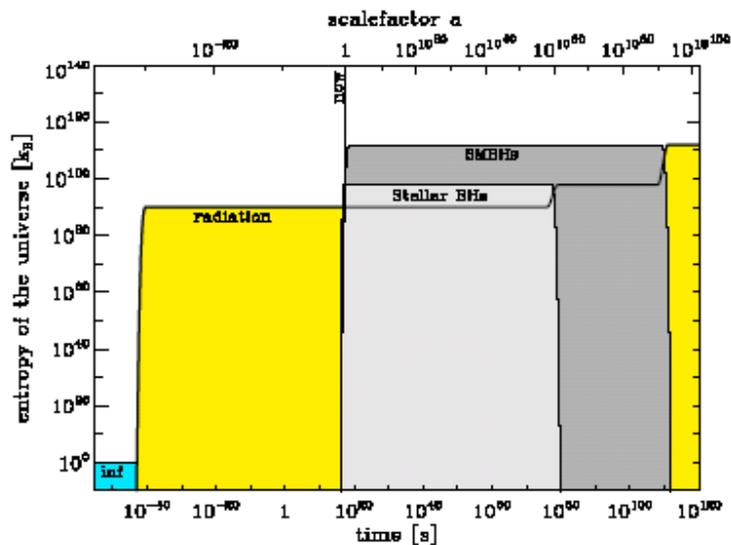


РИСУНОК 6. — Энтропия в сопутствующем объеме (нормированном на современную наблюдаемую Вселенную). Этот рисунок иллюстрирует зависимость от времени оценки энтропии по схеме 1.

Примечание:  $10^{10^{100}} = 1 \text{ googolplex}$ .

Предшествующие оценки энтропии реликтовых гравитонов исходили из того, что только известные частицы входят в состав релятивистской субстанции в ранней Вселенной при  $t \gtrsim t_{\text{plank}}$ . В терминах числа релятивистских степеней свободы приводит к  $g_{*S} \rightarrow 106.75$  при высоких температурах. Однако ожидается, что существуют дополнительные частицы, и, таким образом, ожидается, что  $g_{*S}$  станет больше при  $t \rightarrow t_{\text{plank}}$ . В настоящей работе мы вычислили энтропию реликтовых гравитонов, соответствующих трем вариантам экстраполяции в области высоких энергий для  $g_{*S}$  (константа, линейный и экспоненциальный рост) и приводим соответствующие температуры и значения энтропии для гравитонов.

В данной работе мы вычислили оценку энтропии для современной наблюдаемой Вселенной  $S_{\text{obs}}(t=t_0)$ . Рисунок 6 иллюстрирует эволюцию оценки энтропии по схеме 1, т.е. энтропию в сопутствующем объеме (нормированном на современную наблюдаемую Вселенную). Для простоты мы включили только наиболее важные компоненты. На левом краю рисунка мы показываем короткий период инфляции. В течение этого периода вся энергия отвечает инфляции (Guth 1981; Linde 1982), которая обладает очень небольшим числом степеней свободы и низкой энтропией (голубая заливка) (Linde 2009; Steinhardt 2009). Инфляция заканчивается периодом повторного нагрева где-то между планковским масштабом ( $10^{-45}$ с) и масштабом GUT ( $10^{-35}$ с), в течение которого энергия инфлатона передается в релятивистскую субстанцию (желтая заливка). В течение периода повторного нагрева энтропия возрастает на много порядков. После этого периода структура релятивистской субстанции продолжает изменяться, но эти изменения происходят обратимым образом и не приводят к росту энтропии.

Спустя несколько миллионов лет ( $\sim 10^{16}$ с) в результате сгущения облаков нейтрального водорода и гелия образуются первые звезды. Сразу после этого появляются первые черные дыры. Энтропия в звездных черных дырах (светло-серая заливка) и в сверхмассивных черных дырах (темно-серая заливка) быстро возрастает в ходе галактической эволюции. Оценка, приведенная в табл. 1, является “фотоснимком” значений энтропии в современную эпоху ( $4.3 \times 10^{17}$ с). В следующие  $10^{26}$ с рост структур, превышающих  $10^{14} M_{\odot}$ , будет остановлен из-за ускорения Вселенной. Галактики с суперскоплениями будут сливаться, а объекты на их внешних границах будут отталкиваться. Окончательные массы сверхмассивных черных дыр составят  $\sim 10^{10} M_{\odot}$  (Adams & Laughlin 1997) с энтропией, обусловленной в основном энтропией дыр с массой  $M \sim 10^{12} M_{\odot}$ .

Звездные черные дыры испарятся благодаря излучению Хокинга примерно за  $10^{80}$ с, а сверхмассивные черные дыра – примерно за  $10^{110}$ с. Уменьшение энтропии черных дыр сопровождается компенсирующим увеличением энтропии излучения. Жирная черная линия на рис. 6 представляет энтропию излучения, растущую по мере испарения черных дыр. Асимптотическое будущее оценки энтропии по схеме 1 связано с преобладанием излучения.

Рис. 7 иллюстрирует оценку энтропии по схеме 2, т.е. энтропии внутри космического горизонта событий плюс энтропии самого горизонта. В то время, как в соответствии со схемой 1 мы интегрируем по постоянному сопутствующему объему, здесь релевантным является объем, ограниченный горизонтом событий.

Горизонт событий обсуждается с некоторыми подробностями в приложении. В течении эпохи доминирования излучения приблизительно постоянным является сопутствующий радиус космического горизонта событий (собственное расстояние растет как  $R_{CEH} \propto a$ ), тогда как в будущую эпоху, доминированную темной энергией, мы имеем постоянное собственное расстояние ( $R_{CEH} = \text{constant}$ ). Небольшое число логарифмических разрядов вокруг текущего момента времени не может быть хорошо описано в рамках обеих моделей.

Поскольку горизонт событий в прошлом был приблизительно сопутствующим, левая половина рис. 7 в основном соответствует рис. 6, за исключением того, что мы включили энтропию горизонта событий (зеленая заливка). Энтропия горизонта событий доминирует в этой оценке, начиная примерно с  $10^{-16}$ с.

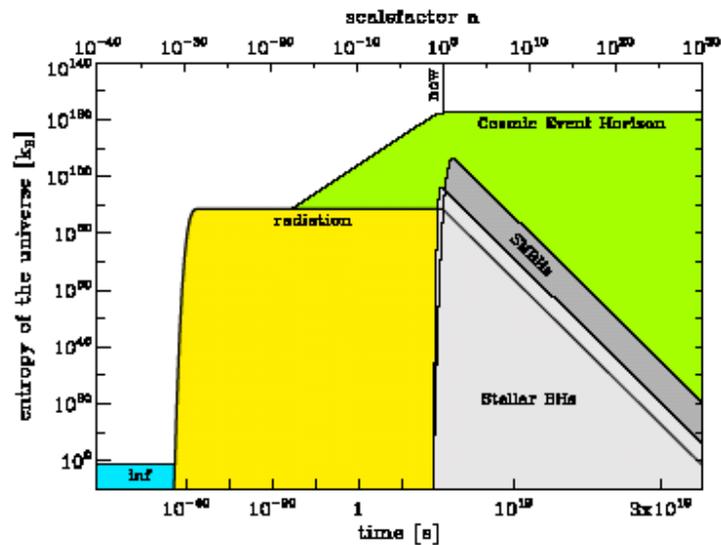


РИСУНОК 7.— Энтропия материи внутри космического горизонта событий и самого горизонта событий. Этот рисунок иллюстрирует зависимость от времени оценки энтропии по схеме 2. Примечание: горизонтальная ось короче, чем на рис. 6.

После того, как темная энергия начинает доминировать, космический горизонт событий отвечает постоянному собственному расстоянию. Расширение Вселенной вынуждает сопутствующие объекты отступать за горизонт. В среднем число галактик, черных дыр, фотонов и т.п. внутри нашего космического горизонта уменьшается как  $a^{-3}$ . Энтропия звездных и сверхмассивных черных дыр внутри горизонта событий (СЕН) соответственно уменьшается (уменьшающиеся области с серой заливкой).

Уменьшающаяся энтропия черных дыр (как и прочих не показанных компонент) компенсируется асимптотическим ростом энтропии космического горизонта событий (показанного явно в ряде сценариев в работе Davis et al. 2003), поэтому второе начало термодинамики выполняется. См. Egan & Lineweaver (2009), где дается дальнейшее обсуждение зависимости энтропии Вселенной от времени.

## БЛАГОДАРНОСТИ

Мы благодарны за многочисленные полезные дискуссии Tamara Davis, Ken Freeman, Geoff Bicknell, Mike Turner, Андрею Линде и Paul Steinhardt. С.А.Е. благодарит Anna Fransson за финансовую поддержку, а также Исследовательскую Школу Астрономии и Астрофизики (Research School of Astronomy and Astrophysics) Австралийского Национального Университета за гостеприимство во время подготовки настоящей статьи.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### НАБЛЮДАЕМАЯ ВСЕЛЕННАЯ И КОСМИЧЕСКИЙ ГОРИЗОНТ СОБЫТИЙ

Здесь мы рассчитываем радиус и объем наблюдаемой Вселенной (для использования в разделе 2), а также вычисляем радиус, объем и энтропию космического горизонта событий (для использования в разделе 3). Мы используем численные методы для оценки ошибок, связанных с космологическими параметрами.

Радиус наблюдаемой Вселенной (или горизонт частиц) равен

$$R_{obs} = a(t) \int_{t'=0}^t \frac{c}{a(t')} dt'. \quad (42)$$

Здесь  $a(t)$  – зависящий от времени масштабный фактор Вселенной, даваемый уравнением Фридмана для плоской космологии

$$\frac{da}{dt} = \sqrt{\frac{\Omega_r}{a^2} + \frac{\Omega_m}{a} + \frac{\Omega_\Lambda}{a^2}}. \quad (43)$$

Постоянная Хаббла и параметр плотности материи взяты из работы Seljak et al. (2006):  $h = H/100 \text{ км с}^{-1} \text{ Мпк}^{-1} = 0.705 \pm 0.013$ ,  $\omega_m = \Omega_m h^2 = 0.136 \pm 0.003$ . Плотность излучения вычислена на основании температуры космического микроволнового фонового излучения (СМВ)  $T_{cmb} = 2.725 \pm 0.002 \text{ К}$  (Mather et al. 1999), используя соотношение

$$\Omega_r = \frac{8\pi G}{3H^2} \frac{\pi^2 k^4 T^4}{15c^5 h^3}.$$

Параметр плотности энергии вакуума определен с учетом флэтности (плоскостности):

$$\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_r - \Omega_m.$$

Распределение значений радиуса  $R_{obs}$  наблюдаемой Вселенной построено путем повторения оценки по уравнению (42) для настоящего времени (по определению  $a(t_0) = 1$ ) с использованием космологических параметров, случайно выбираемых в разрешенной области  $h - \omega_m - T_{cmb}$  пространства параметров (предполагаются некоррелированные гауссовы ошибки этих параметров). Мы находим

$$R_{obs} = 46.9 \pm 0.4 \text{ млрд световых лет} \quad (44)$$

с примерно гауссовым распределением. Здесь и везде в приложении доверительный интервал составляет  $1\sigma$ .

Объем наблюдаемой Вселенной  $V_{obs}$  вычислен с использованием обычной формулы для объема сферы

$$V_{obs} = 43.2 \pm 1.2 \times 10^4 \text{ (млрд световых лет)}^3 = 3.65 \pm 0.10 \times 10^{80} \text{ м}^3 \quad (45)$$

(см. рис. 8). Погрешность в  $R_{obs}$  и  $V_{obs}$  в основном связана с погрешностью в  $\omega_m$ , однако  $h$  также дает вклад, которым нельзя пренебречь.

Радиус космического горизонта событий в момент времени  $t$  дается интегрированием вдоль мировой линии фотоновот времени  $t$  до бесконечного будущего

$$R_{CEH} = a(t_{now}) \int_{t=t_{now}}^{\infty} \frac{c}{a(t)} dt \quad (46)$$

Этот интеграл конечен, потому что в будущем Вселенная доминирована темной энергией. Используя те же методы, что и для наблюдаемой Вселенной, мы находим текущий радиус и объем космического горизонта событий

$$R_{CEH} = 15.7 \pm 0.4 \text{ млрд световых лет} \quad (47)$$

и

$$V_{CEH} = 1.62 \pm 0.12 \times 10^4 \text{ (млрд световых лет)}^3 = 1.37 \pm 0.10 \times 10^{79} \text{ м}^3 \quad (48)$$

Энтропия космического горизонта событий вычислена с использованием уравнения Бекенштейна-Хокинга для энтропии горизонта, как предложено в Gibbons & Hawking (1977).

$$S_{CEH} = \frac{kc^3}{G\hbar} \frac{A}{4} = \frac{kc^3}{G\hbar} \pi R_{CEH}^2 = 2.6 \pm 0.3 \times 10^{122} k \quad (49)$$

Погрешность определения радиуса, объема и энтропии космического горизонта событий в основном связана с погрешностью значения постоянной Хаббла (рис. 9).

Космический горизонт событий монотонно растет, вследствие чего асимптотически приближаются к постоянным, слегка превышающим текущие, значения радиуса и энтропии (см. рис. 10). Мы вычисляем эти асимптотические значения радиуса, объема и энтропии

$$R_{CEH}(t \rightarrow \infty) = 16.4 \pm 0.4 \text{ млрд световых лет} = 1.55 \pm 0.04 \times 10^{26} \text{ м} \quad (50)$$

$$V_{CEH}(t \rightarrow \infty) = 1.84 \pm 0.15 \times 10^4 \text{ (млрд световых лет)}^3 = 1.56 \pm 0.13 \times 10^{79} \text{ м}^3 \quad (51)$$

$$S_{CEH}(t \rightarrow \infty) = 2.88 \pm 0.16 \times 10^{122} k. \quad (52)$$

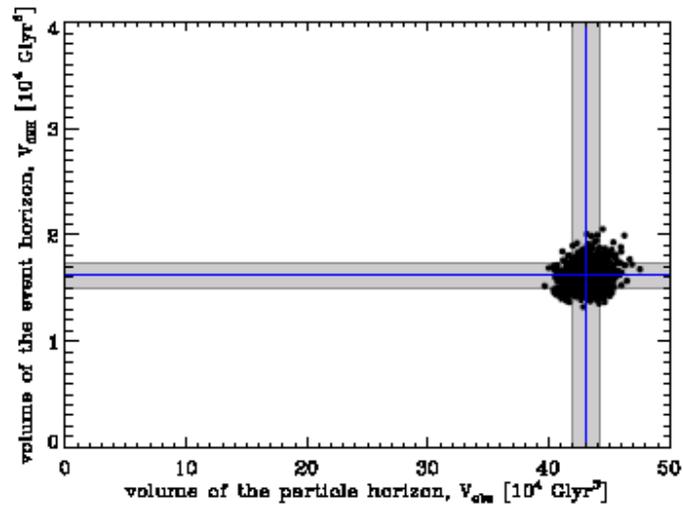


РИСУНОК 8. — 800 реализаций  $V_{\text{obs}}$  и  $V_{\text{CEH}}$  показывают, что объем наблюдаемой Вселенной равен  $43.2 \pm 1.2 \times 10^4$  млрд световых лет<sup>3</sup> (горизонтальная ось), а объем космического горизонта событий  $V_{\text{CEH}} = 1.62 \pm 0.12 \times 10^4$  млрд световых лет<sup>3</sup> (вертикальная ось). Мы отмечаем, что имеется лишь слабая корреляция между погрешностями для двух объемов.

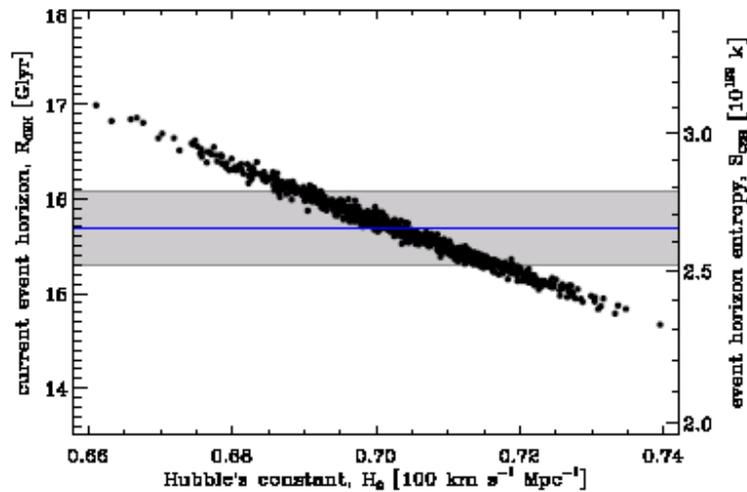


РИСУНОК 9. — Мы нашли, что  $S_{\text{CEH}} = 2.6 \pm 0.3 \times 10^{122} k$ , в согласии с предшествующими оценками  $S_{\text{CEH}} \sim 10^{122} k$  (Bousso et al. 2007). Погрешности в  $S_{\text{CEH}}$  проистекают из погрешностей для  $R_{\text{CEH}}$ , которые в основном связаны исключительно с погрешностями для  $h$ .

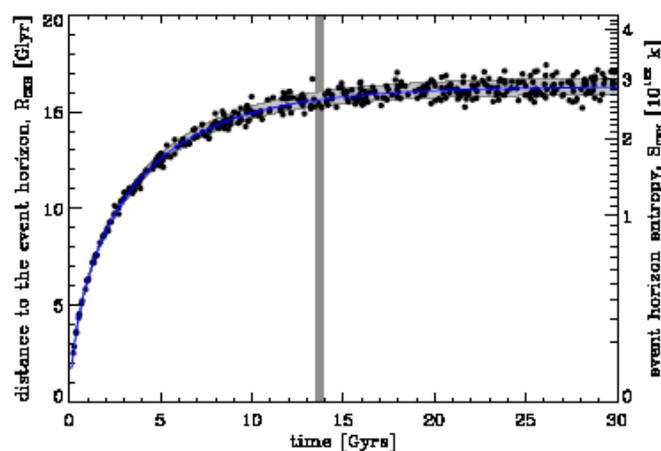


РИСУНОК 10. — Собственное расстояние для горизонта событий показано в виде функции времени. Вертикальная серая линия отвечает современному возрасту Вселенной (а ее ширина – погрешности в определении современного возраста). При доминировании темной энергии собственный радиус, собственный объем и энтропия космического горизонта событий будут монотонно увеличиваться, асимптотически приближаясь к постоянным значениям.

#### Ссылки:

- Abe, S. et al. 2008, *Phys. Rev. Lett.*, 100, 221803  
 Adams, F. C. & Laughlin, G. 1997, *Reviews of Modern Physics*, 69, 337  
 Adamson, P. et al. 2008, *Phys. Rev. Lett.*, 101, 131802  
 Balbus, S. A. & Hawley, J. F. 2002, *ApJ*, 573, 749  
 Basu, B. & Lynden-Bell, D. 1990, *QJRAS*, 31, 359  
 Bekenstein, J. D. 1973, *Phys. Rev. D*, 7, 2333  
 —. 1974, *Phys. Rev. D*, 9, 3292  
 Binney, J. & Tremaine, S. 2008, *Galactic Dynamics: Second Edition* (Princeton University Press)  
 Bousoo, R., Hamik, R., Kribs, G. D., & Perez, G. 2007, *Phys. Rev. D*, 76, 043513  
 Cleveland, B. T., Daily, T., Davis, R. J., Distel, J. R., Lande, K., Lee, C. K., Wildenhain, P. S., & Ullman, J. 1998, *ApJ*, 496, 505  
 Coleman, T. S. & Roos, M. 2003, *Phys. Rev. D*, 68, 027702  
 Davis, T. M., Davies, P. C. W., & Lineweaver, C. H. 2003, *Classical and Quantum Gravity*, 20, 2753  
 Egan, C. A. & Lineweaver, C. H. 2009, in preparation  
 Elmegreen, B. G. 2007, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 362, *The Seventh Pacific Rim Conference on Stellar Astrophysics*, ed. Y. W. Kang, H.-W. Lee, K.-C. Leung, & K.-S. Cheng, 269–+  
 Frampton, P., Hsu, S. D. H., Kephart, T. W., & Reeb, D. 2008, *ArXiv e-prints*, 801  
 Frampton, P. H. 2009, *ArXiv e-prints*  
 Frampton, P. H. & Kephart, T. W. 2008, *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 6, 8  
 Frautschi, S. 1982, *Science*, 217, 593  
 Fryer, C. L. & Kalogera, V. 2001, *ApJ*, 554, 548  
 Fukugita, M. & Peebles, P. J. E. 2004, *ApJ*, 616, 643  
 Gibbons, G. W. & Hawking, S. W. 1977, *Phys. Rev. D*, 15, 2738  
 Gnedin, N. Y. & Gnedin, O. Y. 1998, *ApJ*, 509, 11  
 Graham, A. W., Driver, S. P., Allen, P. D., & Liske, J. 2007, *MNRAS*, 378, 198  
 Guth, A. H. 1981, *Phys. Rev. D*, 23, 347  
 Hawking, S. W. 1976, *Phys. Rev. D*, 13, 191  
 Heger, A., Woosley, S. E., & Baraffe, I. 2005, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 332, *The Fate of the Most Massive Stars*, ed. R. Humphreys & K. Stanek, 339–+  
 Hulse, R. A. & Taylor, J. H. 1975, *ApJ*, 195, L51  
 Kolb, E. W. & Turner, M. S. 1981, *Nature*, 294, 521  
 —. 1990, *The early universe* (Frontiers in Physics, Reading, MA: Addison-Wesley, 1988, 1990)  
 Linde, A. D. 1982, *Physics Letters B*, 108, 389  
 —. 2009, private communication  
 Lineweaver, C. H. & Egan, C. A. 2008, *Physics of Life Reviews*, 5, 225  
 Lynden-Bell, D. 1967, *MNRAS*, 136, 101  
 Mather, J. C., Cheng, E. S., Cottingham, D. A., Eplee, Jr., R. E., Fixsen, D. J., Hewagama, T., Isaacman, R. B., Jensen, K. A., Meyer, S. S., Noerdlinger, P. D., Read, S. M., Rosen, L. P., Shafer, R. A., Wright, E. L., Bennett, C. L., Boggess, N. W., Hauser, M. G., Kelsall, T., Moseley, Jr., S. H., Silverberg, R. F., Smoot, G. F., Weiss, R., & Wilkinson, D. T. 1994, *ApJ*, 420, 439  
 Mather, J. C., Fixsen, D. J., Shafer, R. A., Mosier, C., & Wilkinson, D. T. 1999, *ApJ*, 512, 511  
 Peacock, J. A. 1999, *Cosmological Physics* (Cambridge University Press)  
 Penrose, R. 1979, in *General Relativity: An Einstein centenary survey*, ed. S. W. Hawking & W. Israel, 581–638  
 Penrose, R. Newton, quantum theory and reality. (Three hundred years of gravitation, p. 17 - 49), 17–49  
 —. 2004, *The road to reality : a complete guide to the laws of the universe* (The road to reality : a complete guide to the laws of the universe, by Roger Penrose. London: Jonathan Cape, 2004)  
 Seljak, U., Slosar, A., & McDonald, P. 2006, *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 10, 14, all data - LyA  
 Spergel, D. N., Bean, R., Doré, O., Nolta, M. R., Bennett, C. L., Dunkley, J., Hinshaw, G., Jarosik, N., Komatsu, E., Page, L., Peiris, H. V., Verde, L., Halpern, M., Hill, R. S., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Odegard, N., Tucker, G. S., Weiland, J. L., Wollack, E., & Wright, E. L. 2007, *ApJS*, 170, 377  
 Steinhardt, P. 2009, private communication  
 Strominger, A. & Vafa, C. 1996, *Physics Letters B*, 379, 99  
 Susskind, L. 1995, *Journal of Mathematical Physics*, 36, 6377  
 't Hooft, G. 1993, *ArXiv General Relativity and Quantum Cosmology e-prints*  
 Weisberg, J. M. & Taylor, J. H. 2005, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 328, *Binary Radio Pulsars*, ed. F. A. Rasio & I. H. Stairs, 25–+