

Р. Алицки

Простой тест для проверки “квантовости” одиночной системы

Перевод М.Х. Шульмана

arXiv:0704.1962v1 [quant-ph] 16 Apr 2007

Robert Alicki. A simple test of quantumness for a single system

Institute of Theoretical Physics and Astrophysics, University of Gdansk, Wita Stwosza 57, PL 80-952 Gdansk, Poland. April 17, 2007

Аннотация

Рассмотрим две переменные A, B такие, что для некоторого состояния ψ их средние значения удовлетворяют условию $0 \leq \psi(A) \leq \psi(B)$. Если существует состояние ϕ такое, что для вторых моментов выполняется неравенство $\phi(A^2) > \phi(B^2)$, то система не может быть описана с помощью классической вероятностной схемы. Приводится пример подобной тройки (A, B, ψ) для случая кубита.

Общепринято думать, что простейший операциональный тест на “квантовость” (или, строго говоря, на неклассичность) должен быть основан на неравенствах Белла, которые пригодны для систем, состоящих как минимум из двух частей [1]. Как кажется, еще нигде не использовался значительно более простой тест, применимый к одиночным системам. Он основан на наблюдении, что для пары действительных функций f, g , удовлетворяющим условию

$$0 \leq f(x) \leq g(x) \quad (1)$$

и некоторому распределению вероятностей $\rho(x)$, выполняется следующее неравенство

$$\langle f^2 \rangle = \int f^2(x) p(x) dx \leq \int g^2(x) p(x) dx = \langle g^2 \rangle. \quad (2)$$

Рассмотрим абстрактный формализм, в котором (ограниченные) переменные являются элементами некоторой C^* -алгебры $\mathcal{A}$. и состояния являются положительно нормализованными функционалами $\mathcal{A} \ni A \mapsto \psi(A)$, где $\psi(A)$ обозначает среднее значение переменной A в состоянии ψ . Для $A, B \in \mathcal{A}$ отношение упорядоченности $A \leq B$ означает, что $\psi(A) \leq \psi(B)$ для всех состояний ψ . Хорошо известно [2], что если всегда выполнена следующая импликация

$$0 \leq A \leq B \implies A^2 \leq B^2 \quad (3)$$

то алгебра $\mathcal{A}$ является коммутативной, т.е. изоморфной алгебре функций на определенном “фазовом пространстве”. Следовательно, для любой квантовой

системы существует тройка (A, B, ϕ) (на самом деле бесконечное семейство троек) такая, что

$$0 \leq A \leq B, \phi(A^2) > \phi(B^2). \quad (4)$$

В качестве простого примера рассмотрим кубит и следующую тройку

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \phi = \begin{pmatrix} \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix} \quad (5)$$

которая удовлетворяет условию

$$0 \leq A \leq B, \phi(A^2) \equiv \langle \phi | A^2 | \phi \rangle = 3.88 > \phi(B^2) \equiv \langle \phi | B^2 | \phi \rangle = 3.56. \quad (6)$$

Экспериментально выявленное нарушение неравенства (3) могло бы, в принципе, быть использовано для прояснения квантового статуса системы, который заранее неизвестен, например - "сверхпроводящих кубитов" [3].

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Польского Министерства Науки и Информационных Технологий (грант PBZ-MIN-008/P03/2003) и Европейского Союза (в рамках интегрированного проекта SCALA), которых автор благодарит.

Библиография

- [1] J.S. Bell, *Rev. Mod. Phys.* **38**, 447 (1966)
- [2] R.V. Kadison and J.R. Ringrose, *Fundamentals of the Theory of Operator Algebras: Elementary Theory*, Academic Press, New York, 1983
- [3] R. Alicki, quant-ph/0610008