

## Расширенные неравенства Буля-Белла, применимые для квантовой теории

Де Раедт (Нидерланды), Хесс (США), Михельсен (Бельгия)

Реферат подготовил М.Х. Шульман ([shulman@dol.ru](mailto:shulman@dol.ru))

-----

### Extended Boole-Bell inequalities applicable to quantum theory

#### Hans De Raedt

Department of Applied Physics, Zernike Institute for Advanced Materials,  
University of Groningen, Nijenborgh 4, NL-9747 AG Groningen, The Netherlands  
Tel.: +31-50-3634852  
Fax: +31-50-3634947  
E-mail: [h.a.de.raedt@rug.nl](mailto:h.a.de.raedt@rug.nl)

#### Karl Hess

Beckman Institute, Department of Electrical Engineering and Department of Physics,  
University of Illinois, Urbana, IL 61801 E-mail: [k-hess@illinois.edu](mailto:k-hess@illinois.edu)

#### Kristel Michielsen

EMBD, Vlasakker 21, B-2160 Wommelgem, Belgium  
E-mail: [kristel.michielsen@embd.be](mailto:kristel.michielsen@embd.be)

arXiv:0901.2546v1 [quant-ph] 16 Jan 2009

Received: January 19, 2009/ Accepted:

-----

### Аннотация

Исследуется принципиальный характер кажущихся противоречий между квантовой теорией и вероятностными концепциями, представленными в виде неравенств Белла. Показано, что эти противоречия своим происхождением обязаны неполноте анализа предпосылок при выводе неравенств. Скрупулезное рассмотрение предшествующих работ, включая работы Буля и Воробьева, привело авторов данной работы к формулированию расширенных неравенств Буля-Белла, которые охватывают как классические, так и квантовые модели. Показано, что как мысленный эксперимент ЭПР-Боба, так и предложенный Легеттом и Гаргом эксперимент, основанный на квантовой когерентности, подчиняются расширенным неравенствам Буля-Белла. Эти примеры, а также дополнительное обсуждение объясняют причины кажущегося нарушения указанных неравенств.

### Реферат

Итог исследований таков. Доказательства расширенных неравенств Буля-Белла не требуют метафизических предположений, но включают неравенства Белла и применимы также и к квантовой теории. Невыполнение неравенств связано с тем, что одно или более необходимых условий для доказательства не выполняются. Поскольку в этих условиях не используются такие понятия, как локальность или макроскопический реализм, то пересмотра концепций работы Белла не требуется.

В разделе 1 рассмотрены главные моменты статистики и классической теории вероятностей, которые нужны для детального анализа ЭПР-экспериментов. Обращается внимание на важность маркировки и упорядочения исходных данных; если это выполнено некорректно, то нельзя сделать правильные статистические выводы и избежать парадоксов. Формализуется техника маркировки и упорядочения данных. Напоминается, что в 1862 г. Буль показал, что если некоторый процесс генерирует набор данных  $\gamma^{(3)}$  троек переменных  $S = \pm 1$ , то средние всех произведений пар набора данных  $F_{ij}^{(3)}$ , где  $(i, j) = (1, 2), (1, 3), (2, 3)$ , удовлетворяют неравенствам [2]:

$$|F_{ij}^{(3)} \pm F_{ik}^{(3)}| \leq 1 \pm F_{jk}^{(3)}, \quad (i, j, k) = (1, 2, 3), (3, 1, 2), (2, 3, 1),$$

где  $F_{ij}^{(3)}$  ( $1 \leq i \leq j \leq k \leq 3$ ) обозначает средние всех произведений пар в наборе данных в наборе троек  $(S_1, S_2, S_3)$ . Для доказательства неравенств Буля существенно, чтобы все пары были выбраны из одного и того же набора троек, в противном случае неравенства могут нарушаться или стать менее ограничительными. Обращается внимание на строгое соответствие отбора данных гипотезе о строгой принадлежности данных одному и тому же набору.

В разделе 2 обсуждаются общие концептуальные аспекты работ Буля [2], Колмогорова-Воробьева [3] и Белла [4,5], а также соотношения между ними. В разделе 2 также представлен вывод условий Буля для возможного эксперимента [2], которые отличаются от приведенных самим Булем.

В разделе 3 с помощью элементарной арифметики показывается, что действительные неотрицательные функции двоичных переменных удовлетворяют тем же неравенствам, что и неравенства Буля.

Раздел 4 распространяет результаты раздела 3 на квантовую теорию. Для доказательства того, что квантовые системы, описываемые двузначными динамическими переменными, никогда не нарушают расширенные неравенства Буля-Белла, используются только общепринятые постулаты квантовой теории.

В разделе 5 рассматривается взаимодействие спинов трех нейтронов с магнитным моментом в сверхпроводящем устройстве с квантовой интерференцией, система с двумя состояниями [26], при заданных интервалах времени. Представлено также строгое доказательство того, что теоретическое описание этих экспериментальных результатов при двух-частичном усреднении не может нарушить расширенные неравенства Буля-Белла, в отличие от утверждений, приведенных в работе [26].

В разделе 6 обсуждаются два типа ЭПРБ-экспериментов. Для исходного эксперимента [27] показано, что кажущееся нарушение расширенных неравенств Буля-Белла возникает как следствие подстановки в эти неравенства выражения, полученного из квантовой модели с двумя спинами, что справедливо только для системы с тремя спинами. Следовательно, из такого нарушения нельзя делать никаких выводов. Анализируется осуществимое распространение ЭПРБ-эксперимента [20], в котором расширенные неравенства Буля-Белла выполняются.

В разделе 7 объясняется, почему в современных экспериментах часто нарушаются расширенные неравенства Буля-Белла. Описаны кажущиеся нарушения как при игровом голосовании с тремя игроками-людьми, так и в лабораторных ЭПР-экспериментах.

В разделе 8 подводятся итоги и делаются выводы. Центральным результатом статьи оказывается тот факт, что необходимые условия доказательства неравенств Буля для  $n$ -кортежей двоичных данных (см. раздел 2) могут быть обобщены до действительностнозначных неотрицательных функций двоичных переменных (см. раздел 3) и динамических двухуровневых переменных квантовой теории (см. раздел 4). Результирующие неравенства, именуемые расширенными неравенствами Буля-Белла, по указанным во Введении и в разделе 4 причинам, имеют такой же вид, что и неравенства Буля и Белла. Важно также, что эти расширенные неравенства выражают арифметические соотношения между числами, которые никогда не могут быть нарушены при математически корректных операциях: эти неравенства выведены всего лишь из правил арифметики и неотрицательности некоторых функций. Нарушение этих неравенств противоречит общепринятым правилам арифметики или, соответственно, общепринятым постулатам квантовой теории.

Главные выводы работы иллюстрируются с помощью следующих характерных примеров:

- В исходном мысленном ЭПР-эксперименте речь идет о наборах данных с возможным нарушением свойств пар двоичных величин. Если это приводит к нарушению неравенств Буля, то необходимо сделать вывод, что были нарушены соответствующие условия, а именно, что, например, три набора пар данных на самом деле не были извлечены из одного и того же набора троек данных (см. раздел 2).

- Нарушение расширенных неравенств Буля-Белла не может быть связано с действием на расстоянии. Оно может возникать только вследствие некорректной группировки пар (см. раздел 7.1).

- В исходном мысленном ЭПР-эксперименте можно говорить только об измерении пар данных, что фактически делает невозможным использовать собственно неравенства Буля. Это обстоятельство устранено в расширенном мысленном ЭПР-эксперименте, обсуждавшемся в разделе 6.2. В нем можно измерять как пары, так и тройки данных и, следовательно, данные не могут нарушить неравенства Буля. Это утверждение верно в общем случае: оно не зависит оттого, внутренняя ли динамика измерительной аппаратуры индуцирует некоторые корреляции между различными тройками или существует действие на расстоянии. Тот факт, что данный эксперимент дает тройки двоичных чисел, является достаточной гарантией, что неравенства Буля не могут быть нарушены.

- Строгий квантовомеханический анализ квантового потока в задаче туннелирования (см. раздел 5) и в эксперименте ЭПР-Бома (см. раздел 6) дает очевидные примеры того, что квантовая теория никогда не приводит к увеличению степени нарушения расширенных неравенств Буля-Белла.

#### Ссылки:

1. A. Einstein, A. Podolsky, N. Rosen, *Phys. Rev.* **47**, 777 (1935)
2. G. Boole, *Philos. Trans. R. Soc. London* **152**, 225 (1862)
3. N. Vorob'ev, *Theor. Probab. Applications* **VII**, 147 (1962)
4. J. Bell, *Physics* **1**, 195 (1964)
5. J.S. Bell, *Speakable and unspeakable in quantum mechanics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1993)
6. L. de la Peña, A. Cetto, T. Brody, *Lett. Nuovo Cim.* **5**, 177 (1972)
7. A. Fine, *Synthese* **29**, 257 (1974)
8. A. Fine, *Synthese* **50**, 279 (1982)
9. A. Fine, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 291 (1982)
10. A. Fine, *J. Math. Phys.* **23**, 1306 (1982)

11. A. Fine, *The Shaky Game: Einstein Realism and the Quantum Theory* (University of Chicago Press, Chicago, 1996)
12. I. Pitowsky, *Brit. J. Phil. Sci.* **45**, 95 (1994)
13. K. Hess, W. Philipp, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **98**, 14228 (2001)
14. K. Hess, W. Philipp, in *Foundations of Probability and Physics-3*, vol. 750, ed. by A. Khrennikov (AIP Conference Proceedings, Melville, New York, 2005), vol. 750, p. 150
15. A.Y. Khrennikov, *Interpretations of Probability* (VSP Int. Sc. Publishers, Utrecht, 1999)
16. A.Y. Khrennikov, in *Foundations of Probability and Physics-4*, vol. 889, ed. by G. Adenier, C.A. Fuchs, A.Y. Khrennikov (AIP Conference Proceedings, Melville, New York, 2007), vol. 889, p. 7
17. W.M. de Muynck, *Phys. Lett. A* **114**, 65 (1986)
18. E.T. Jaynes, in *Maximum Entropy and Bayesian Methods*, vol. 36, ed. by J. Skilling (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1989), vol. 36, p. 1
19. T. Brody, *The Philosophy Behind Physics* (Springer, Berlin, 1993)
20. L. Sica, *Opt. Comm.* **170**, 55 (1999)
21. W.D. Baere, A. Mann, M. Revzen, *Found. Phys.* **29**, 67 (1999)
22. L. Accardi, in *Foundations of Probability and Physics-3*, vol. 750, ed. by A. Khrennikov (AIP Conference Proceedings, Melville, New York, 2005), vol. 750, p. 21
23. A.F. Kracklauer, in *Foundations of Probability and Physics-3*, vol. 750, ed. by A. Khrennikov (AIP Conference Proceedings, Melville, New York, 2005), vol. 750, p. 219
24. P. Morgan, *J. Phys. A* **39**, 7441 (2006)
25. G. Adenier, A.Y. Khrennikov, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **40**, 131 (2007)
26. A.J. Legget, A. Garg, *Phys. Rev. Lett.* **9**, 857 (1985)
27. D. Bohm, *Quantum Theory* (Prentice-Hall, New York, 1951)
28. D. Home, *Conceptual Foundations of Quantum Physics* (Plenum Press, New York, 1997)
29. W. Feller, *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, vol. 1 (Wiley & Sons, New York, 1968)
30. J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony, R.A. Holt, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 880 (1969)
31. L.E. Ballentine, *Quantum Mechanics: A Modern Development* (World Scientific, Singapore, 2003)
32. R. Omnès, *Understanding Quantum Mechanics* (Princeton University Press, Princeton, 1999)
33. R. Griffiths, *Consistent Quantum Theory* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002)
34. H. De Raedt, K. De Raedt, K. Michielsen, K. Keimpema, S. Miyashita, *J. Phys. Soc. Jpn.* **76**, 104005 (2007)
35. H. De Raedt, K. De Raedt, K. Michielsen, K. Keimpema, S. Miyashita, *J. Comp. Theor. Nanosci.* **4**, 957 (2007)
36. L.E. Ballentine, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 1493 (1987)
37. K. Hess, W. Philipp, *Found. of Phys.* **35**, 1749 (2005)
38. C.A. Kocher, E.D. Commins, *Phys. Rev. Lett.* **18**, 575 (1967)
39. S.J. Freedman, J.F. Clauser, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938 (1972)
40. A. Aspect, J. Dalibard, G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1804 (1982)
41. P.R. Tapster, J.G. Rarity, P.C.M. Owens, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 1923 (1994)
42. W. Tittel, J. Brendel, H. Zbinden, N. Gisin, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3563 (1998)
43. G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter, A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5039 (1998)
44. M.A. Rowe, D. Kielpinski, V. Meyer, C.A. Sackett, W.M. Itano, C. Monroe, D.J. Wineland, *Nature* **401**, 791 (2001)
45. D. Fatal, E. Diamanti, K. Inoue, Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 037904 (2004)
46. H. Sakai, T. Saito, T. Ikeda, K. Itoh, T. Kawabata, H. Kuboki, Y. Maeda, N. Matsui, C. Rangacharyulu, M. Sasano, Y. Satou, K. Sekiguchi, K. Suda, A. Tamii, T. Uesaka, K. Yako, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 150405 (2006)
47. K. De Raedt, K. Keimpema, H. De Raedt, K. Michielsen, S. Miyashita, *Euro. Phys. J. B* **53**, 139 (2006)
48. K. De Raedt, H. De Raedt, K. Michielsen, *Comp. Phys. Comm.* **176**, 642 (2007)
49. S. Zhao, H. De Raedt, K. Michielsen, *Found. of Phys.* **38**, 322 (2008)