

ИМИТАЦИЯ КВАНТОВОЙ НЕЛОКАЛЬНОСТИ С ПОМОЩЬЮ РР-ЯЩИКОВ

Реферат подготовил М.Х. Шульман (shulman@dol.ru)

1. Введение

Как хорошо известно, квантовомеханическим явлениям присуще свойство нелокальности. Экспериментально это свойство проверяется обычно (в соответствии с теоремой Белла, см., например, **[Aspect, 2000]**) с помощью неравенства Клаузера, Хорна, Шимони и Холта. Ему удовлетворяет так называемый СН-параметр, составленный из корреляторов для четырех серий результатов взаимно удаленных измерений с попарно различными (от серии к серии) настройками анализаторов. Если для строго “локальных” (полностью некоррелирующих) событий должно выполняться неравенство

$$|CH| \leq 2,$$

то для запутанных квантовых систем выполняется неравенство

$$|CH| \leq 2\sqrt{2}.$$

С другой стороны, ясно, что в пределе (при максимальной степени корреляции) может выполняться соотношение

$$|CH| \leq 4$$

и, напротив, при полном отсутствии корреляции, может обеспечиваться

$$CH = 0.$$

2. Формализация нелокальности с помощью “черных ящиков”

Теорема Белла устанавливает граничное значение $2\sqrt{2}$ для параметра СН, исходя из специфических особенностей квантовомеханических явлений. Однако возможен противоположный логический подход: построение формализованной системы передачи сигналов, обеспечивающей ту или иную степень коррелированности между ее входом и выходом (см. **[Popescu et al., 2008]**, **[Popescu and Rohrlich, 1995]**, **[Popescu and Rohrlich, 1996]**, **[Gisin, 2005]**, **[Masanes, 2003]**). В результате может быть поставлен и решен вопрос – какого типа структура приводит в точности к квантовой нелокальности (т.е. с граничным значением именно $2\sqrt{2}$). Под структурой здесь понимается комбинация функциональных звеньев (черных ящиков) с определенными формальными свойствами. В итоге можно было бы реализовать аксиоматическое построение квантовой теории.

Работая с подобными моделями, вместо квантовой терминологии говорят о бинарных состояниях, которые задаются совместными распределениями вероятностей, т.е. вероятностями для пары результатов (на выходе) при данной паре измерений (на входе). При этом квантовые корреляции имитируются

состояниями, подобными черным ящикам. Такие абстрактные устройства именуют PR-ящиками, или ящиками Попеску-Рорлиха (PR-boxes).

Далее излагаются результаты работы [Popescu et al., 2008]. Рассмотрим простейший случай двух возможных измерений для каждой части (входы $x, y \in \{0, 1\}$); каждому измерению отвечает двоичный результат (выходы $a, b \in \{0, 1\}$). Имеет смысл представлять себе это в геометрических терминах: распределение вероятностей описывается вектором в пространстве состояний; компонентами векторов являются совместные вероятности, характеризующие состояние.

Полученное множество строго локальных состояний образует многогранник, возникающий из более общего бессигнального многогранника, который содержит все состояния, подчиняющиеся принципу бессигнальности. Он обладает восемью нелокальными вершинами, которые отвечают всем симметриям PR-ящика. Множество состояний в квантовой механике также является выпуклым, хотя и не многогранником.

Это квантовое множество строго больше, чем локальный многогранник – ведь квантовые корреляции могут быть и нелокальными, – но строго меньше, чем бессигнальный многогранник, поскольку квантовая нелокальность ограничена так называемой границей Цирельсона [Tsirelson, 1980].

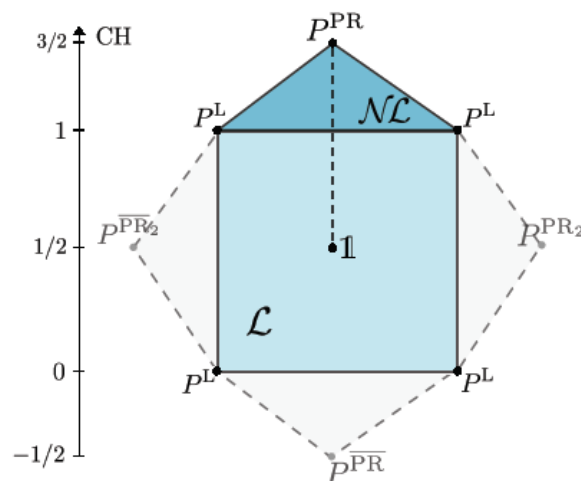


Рисунок 1: Диаграмма множества разрешенных состояний (двумерная проекция восьмимерного многогранника).

$\mathcal{L}$ - локальный многогранник, $\mathcal{NL}$ - нелокальный многогранник, внешний бессигнальный многогранник ограничен штриховой линией. По вертикальной оси отложен параметр Клаузера-Хорна (CH). Все локальные состояния удовлетворяют условию $0 \leq \vec{CH} \cdot \vec{P}^L \leq 1$, которое отвечает CH-Белл-неравенству, то есть принадлежат грани локального многогранника $\mathcal{L}$. При $\vec{CH} \cdot \vec{P}^{PR} = \frac{3}{2}$ получаем вершину нелокального PR-ящика.

Определим множество разрешенных состояний. Локальный многогранник задается 16 вершинами с детерминированными состояниями

$$P_{\alpha\beta\gamma\delta}^L(ab|xy) = \begin{cases} 1 & a = \alpha x \oplus \beta, b = \gamma y \oplus \delta \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

параметризуемыми с помощью $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \{0, 1\}$. К этому добавим нелокальную вершину – PR-ящик:

$$P^{\text{PR}}(ab|xy) = \begin{cases} \frac{1}{2} & a \oplus b = xy \\ 0 & \text{иначе} \end{cases}$$

где $\oplus$ означает сложение по модулю 2.

На диаграмме по вертикали отложен СН-параметр, который характеризует нелокальность данного состояния. Поскольку состояния рассматриваются как векторы, его можно представить в виде скалярного произведения:

$$\vec{\text{CH}} \cdot \vec{P}(ab|xy) = P(11|00) + P(10|10) + P(01|01) - P(00|11)$$

3. Примитивные ящики и ящики общего вида

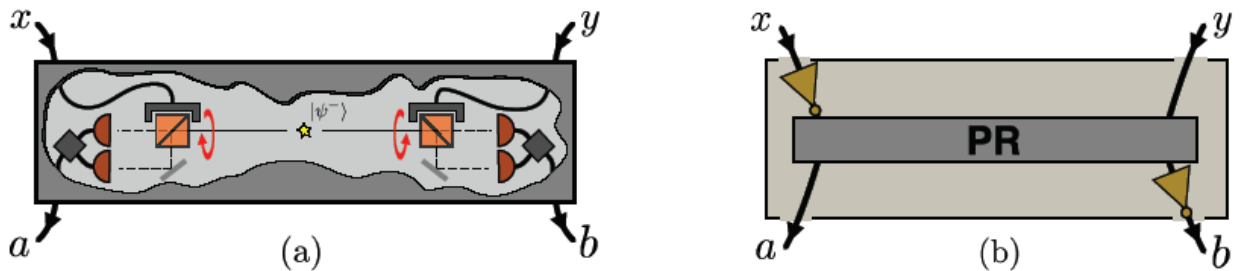


Рисунок 2: Примитивные и общие PR-ящики.

(а) ‘Квантовый’ черный ящик содержит источник, генерирующий квантовое состояние: два запутанных по поляризации фотона, измерительные устройства с обеих сторон с поляризационными светоделителями (PBS) и детекторами. Каждому входному значению x соответствует ориентация PBS, таким образом выбирается базис поляризационного измерения. Примитивная часть ящика образует квантовое состояние; для выполнения совместного измерения (при использовании “сцепки”) наблюдатель должен сначала удалить измерительное устройство (PBS и детекторы).

(б) Конструкция общего PR-ящика: он содержит примитивный PR-ящик и некоторые классические схемные элементы – логические элементы HE(NOT) на входах и на выходах.

Черный ящик должен иметь структуру, показанную на рис. 2. Здесь квантовое состояние образует примитивную часть ящика. Изменяя ориентацию каждого поляризатора, можно сформировать много различных черных ящиков, инициализируемых с одного и того же начального состояния, но они, очевидно, не различаются в примитивном отношении. С другой стороны, также возможно сформировать одинаковые черные ящики, используя два различных квантовых состояния и подходящие измерения (ящики одинаковы, хотя их примитивные части

различны). Сами по себе PR-ящики должны рассматриваться абстрактно, без апелляции к их внутренней структуре.

4. Куплер(coupler¹), имитирующий обмен нелокальностью

Обмен нелокальностью относится к замечательным динамическим процессам, допускаемым квантовой теорией, он был широко подтвержден экспериментально.

Рассмотрим квантовый протокол. Один из наблюдателей, Боб, разделяет максимально запутанное состояние и с Алисой, и с Чарли, двумя другими удаленными наблюдателями. Вначале глобальное состояние системы есть $|\psi^-\rangle_{AB_1}|\psi^-\rangle_{B_2C}$, где $|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$ - синглетное состояние. Успешное выполнение протокола запутывает частицы Алисы и Чарли, хотя они никогда не взаимодействовали непосредственно.

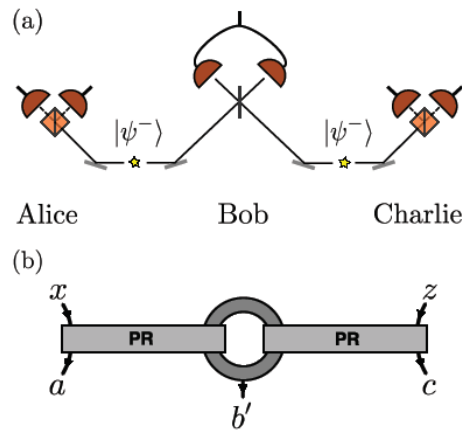


Рисунок 3: Запутывание и обмен нелокальностью.

(a) Квантовый протокол обмена нелокальностью. Выполняя совместное измерение своих двух частиц, Боб обменивается запутанностью с Алисой и Чарли.

(b) Обмен нелокальностью является процедурой, аналогичной обобщенным бессигнальным состояниям, здесь – PR-ящикам. Совместное измерение имитируется путем использования куплера. Куплер охватывает входы и выходы Боба и возвращает единичный бит b' , который информирует Боба, была ли процедура обмена успешной или нет. Заметим, что оба исходных измерительных средства Боба (PBS на рис. 2) удаляются и заменяются единым измерительным устройством (светоделителем и двумя детекторами для измерения совпадений).

Определим действие куплера на два PR-состояния:

$$P^{\text{PR}}(ab_1|xy_1)P^{\text{PR}}(b_2c|y_2z) \xrightarrow{\text{X}} P(ab'c|xz) = \begin{cases} \frac{1}{3}P^{\text{PR}}(ac|xz) & b' = 0 \\ \frac{2}{3}P^{\text{f}}(ac|xz) & b' = 1 \end{cases}$$

¹ Это слово можно перевести с английского как “сцепка”, “связка” и т.п.

Таким образом, с вероятностью $P(b' = 0) = \frac{1}{3}$ Боб осуществляет обмен между PR-состояниями Алисы и Чарли, а с вероятностью $P(b' = 1) = \frac{2}{3}$ этот протокол не реализуется. Важным требованием к куплеру является условие, согласно которому Боб не может с его помощью посылать сигнал Алисе и Бобу.

Константа $\frac{2}{3}$ имеет решающее значение, поскольку она обеспечивает на выходах куплера правильную вероятность для любого допустимого состояния. Именно, применяя куплер непосредственно к PR-состоянию, Боб всегда получает результат $b' = 0$. Это в точности то, что происходит в квантовом случае: когда Боб находится в синглетном состоянии и выполняет совместное измерение, он всегда проектируется на антисимметричное подпространство. С помощью куплера можно также воспроизвести процедуру, аналогичную телепортации.

Важно, что возможность для двух копий заданного состояния осуществить обмен нелокальностью с помощью куплера представляет собой необходимое и достаточное условие, чтобы данное состояние было квантовым.

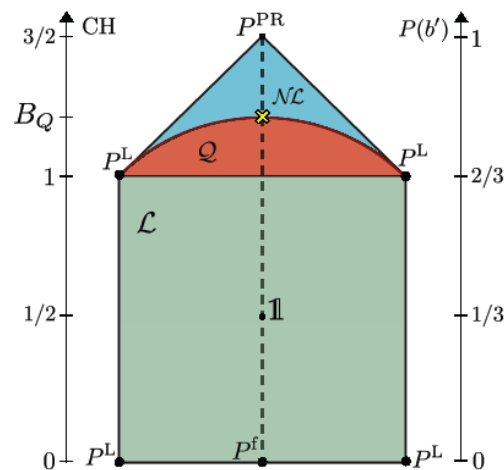


Рисунок 4: Возникновение квантовых корреляций благодаря куплеру. Состояния, которые могут быть использованы для обмена нелокальностью (благодаря куплеру), в точности соответствуют множеству квантовых состояний $\mathcal{Q}$ (красная область).

5. PR-ящики с шумом

Мы рассмотрели возникновение PR-ящика между Алисой и Чарли с помощью куплера. Будем называть это *идеальным* обменом нелокальностью, потому что по окончании процесса Алиса и Чарли разделяют состояние, которое в точности столь же нелокально, сколь и оба начальных состояния. Теперь естественно спросить, может ли с помощью куплера Боб осуществить также обмен нелокальностью между Алисой и Чарли, используя *неидеальные* ящики. Рассмотрим состояние с “шумом” в виде

$$P_{\xi}^{\text{PR}} \equiv \xi P^{\text{PR}} + (1 - \xi) \mathbb{1}$$

где $0 \leq \xi \leq 1$ (очевидно, что при $\xi = 1$ мы получаем обычный PR-ящик; чем больше ξ , тем ниже уровень шума). СН-значение для состояния с шумом равно:

$$\vec{CH} \cdot \vec{P}_{\xi}^{\text{PR}} = \xi + \frac{1}{2}$$

Используя линейность куплера, легко показать, что когда Боб осуществляет обмен нелокальностью (то есть получает $b' = 0$ на выходе куплера) с помощью двух P_{ξ}^{PR} -ящиков, то конечное состояние, разделяемое Алисой и Бобом, дает уже

$$\vec{CH} \cdot \vec{P}(ac|xz) = \xi^2 + \frac{1}{2}$$

Предположим, что мы имеем два P_{ξ}^{PR} -ящика, для каждого из которых выполняется условие $\vec{CH} \cdot \vec{P}_{\xi}^{\text{PR}} > B_Q = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$, т.е. им соответствует точка с $\xi > \frac{1}{\sqrt{2}}$, лежащая *выше* границы Цирельсона B_Q на диаграмме рис. 4. Их соединению, однако, может соответствовать уже точка с $\xi^2 < \frac{1}{\sqrt{2}}$, лежащая *ниже* границы Цирельсона B_Q и попадающая в область квантовых состояний

Библиография

[Aspect, 2000] Alain Aspect. Bell's theorem: the naive view of an experimentalist.

<http://arXiv.org/abs/quant-ph/0402001>, русский перевод "Теорема Белла:

наивный взгляд экспериментатора" доступен по ссылке

http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_translation/aspek_teorema_bella.pdf

[Gisin, 2005] Gisin N. Can relativity be considered complete? From Newtonian

nonlocality to quantum nonlocality and beyond. quant-ph/0512168v1. Русский перевод

"Может ли теория относительности считаться полной?" доступен по ссылке

http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_translation/Gizin.pdf

[Masanes, 2003] L. Masanes. *Necessary and sufficient condition for quantum generated correlations*. arXiv: quant-ph/0309137.

[Popescu et al., 2008] P. Skrzypczyk, N. Brunner, and S. Popescu. *Emergence of*

Quantum Mechanics from Non-Locality Swapping. arXiv:0811.2937v1 [quant-ph] 18 Nov 2008

[Popescu and Rohrlich, 1995] D.Rohrlich and S. Popescu. *Nonlocality as an axiom for quantum theory* (Talk presented at 60 Years of E.P.R. (Workshop on the Foundations of Quantum Mechanics, in honor of Nathan Rosen), Technion, Israel, March 1995). arXiv:quant-ph/9508009v1 9 Aug 1995

[Popescu and Rohrlich, 1996] S. Popescu, D.Rohrlich. TAUP 2334-96. *Action and passion at a distance* (An Essay in Honor of Professor Abner Shimony). arXiv:quant-ph/9605004v1 3 May 1996

[Tsirelson, 1980] B. S. Tsirelson. *Quantum generalizations of Bell's inequality*. Lett. Math. Phys. 4, 93 (1980). <http://www.tau.ac.il/~tsirel/Research/quantcl/main.html>