

Термодинамика пространства-времени: уравнение Эйнштейна как уравнение состояния

Тед Джекобсон (США)

Реферат подготовил М.Х. Шульман (shulman@dol.ru)

arXiv:gr-qc/9504004v2 6 Jun 1995

Thermodynamics of Spacetime: The Einstein Equation of State

Ted Jacobson (jacobson@umdhep.umd.edu)

Department of Physics, University of Maryland, College Park, MD 20742-4111, USA

Четыре закона механики черных дыр, аналогичных соответствующим законам термодинамики, были первоначально выведены из классического уравнения Эйнштейна [1]. В связи с открытием квантового излучения Хокинга [2] становится ясно, что эта аналогия является на самом деле тождеством. Откуда классическая общая теория относительности узнала, что площадь горизонта оказалась разновидностью энтропии, а поверхностный гравитационный заряд пропорционален температуре?

В данной заметке автор обращает эту логику и выводит уравнение Эйнштейна из пропорциональности между энтропией и площадью горизонта совместно с фундаментальным соотношением $\delta Q = TdS$, связывающим теплоту Q , энтропию S и температуру T . С этой точки зрения уравнение Эйнштейна является уравнением состояния. Оно возникает в термодинамическом пределе как соотношение между термодинамическими переменными, и его справедливость зависит от существования условий локального равновесия. Такой подход предполагает, что, быть может, пытаться подвергать уравнение Эйнштейна каноническому квантованию следует не в большей мере, чем волновое уравнение для распространения звука в воздухе.

Основная идея может быть проиллюстрирована термодинамикой простой однородной системы. Если известна энтропия $S(E, V)$ как функция энергии и объема, можно вывести уравнение состояния из $\delta Q = TdS$. Первый закон термодинамики дает $\delta Q = dE + pdV$, а дифференцирование дает тождество $dS = (\partial S/\partial E) dE + (\partial S/\partial V) dV$. Тогда получаем $T^{-1} = \partial S/\partial E$ и $p = T(\partial S/\partial V)$. Последнее уравнение является уравнением состояния и дает полезную информацию, если известна функция S .

В термодинамике тепло – это энергия, которая перетекает между макроскопически не наблюдаемыми степенями свободы. В динамике пространства-времени автор определяет тепло как энергию, которая перетекает сквозь причинный горизонт. Она может проникать через гравитационное поле, которое ее генерирует, но ее конкретная форма или природа является ненаблюдаемой из-за горизонта. Это определение не требует, чтобы горизонт был именно горизонтом событий черной дыры. Это может быть просто граница прошлого для некоторого множества \mathcal{O} (для “наблюдателя”). Этот тип горизонта является нулевой гиперповерхностью (не обязательно гладкой), и, предполагая справедливым принцип космической цензуры, он образован генераторами, которые являются нулевыми геодезическими сегментами, распространяющимися назад во времени от множества \mathcal{O} . Мы можем рассматривать вариант

локальной гравитационной термодинамики, ассоциированной с такими причинными горизонтами, где “система” – это степень свободы за горизонтом. Внешний мир отделен от системы не диатермической стенкой, но причинным барьером.

Причинные горизонты должны быть ассоциированы с энтропией, поскольку они скрывают информацию [3]. Действительно, преобладающая часть скрытой информации содержится в корреляциях между вакуумными флуктуациями внутри горизонта и за ним [4]. Из-за бесконечного числа коротковолновых полевых степеней свободы вблизи горизонта ассоциированная “энтропия запутывания” в континуальной квантовой теории поля. Если, с другой стороны, существует фундаментальная длина обрезания l_c , то энтропия запутывания оказывается конечной и пропорциональной площади горизонта l_c^2 , пока радиус кривизны пространства-времени много больше, чем l_c . (Подчиненная зависимость от кривизны и других полей индуцирует подчиненные члены в уравнении гравитационного поля.) Таким образом, предполагается, что энтропия пропорциональна площади горизонта. Заметим, что эта площадь является для горизонта экстенсивной величиной, как и должно быть для энтропии [5].

Совместимость с термодинамикой требует, чтобы l_c было порядка длины Планка (10^{-33} см). Даже на горизонте черной дыры звездной массы радиус кривизны в 10^{38} раз превышает этот масштаб обрезания длину. Только вблизи Большого Взрыва, либо вблизи сингулярности черной дыры, либо на финальных стадиях испарения первичной черной дыры исчезает такое разделение масштабов.

Автор постулирует, что поток энергии, пересекающий причинный горизонт, подобен потоку тепла, и что энтропия системы за ним пропорциональна площади этого горизонта. Остается идентифицировать температуру системы, с которой переносится тепло. Автор напоминает, что источником большой энтропии являются вакуумные флуктуации квантовых полей. В соответствии с эффектом Унру [8], те же самые вакуумные флуктуации имеют тепловую природу, если рассматривать их с точки зрения равномерно ускоренного наблюдателя. Указанная температура системы рассматривается как температура Унру, связанная с таким наблюдателем, находящимся внутри горизонта. Для совместимости тот же наблюдатель должен использоваться при измерении энергии потока, которая определяет поток тепла. Другие ускоренные наблюдатели получают иные результаты. В пределе, когда ускоренная мировая линия приближается к горизонту, ускорения расходятся, так что расходятся температуры Унру и потоки энергии, однако их отношение стремятся к конечному пределу.

Основным принципом при анализе является следующий: соотношение равновесной термодинамики $\delta Q = TdS$ в терминах потока энергии и площади локальных горизонтов Риндлера может быть удовлетворено только если гравитационное линзирование энергией материи искажает структуру пространства-времени так, чтобы выполнялось уравнение Эйнштейна.

В центральной части работы автор при сделанных предположениях выводит уравнение Эйнштейна

$$R_{ab} - \frac{1}{2}Rg_{ab} + \Lambda g_{ab} = \frac{2\pi}{\hbar\eta}T_{ab}.$$

где коэффициент пропорциональности η между энтропией и площадью горизонта определяет гравитационную постоянную Ньютона $G = (4\hbar\eta)^{-1}$, так что η , в свою очередь, может быть выражена через G и \hbar .

При выполнении локальных условий равновесия уравнение Эйнштейна сводится к системе дифференциальных уравнений в частных производных, которая обратима во времени и имеет решения в виде бегущих волн. Их можно представить себе как аналог звука в газе, распространяющегося в виде адиабатической волны сжатия.

Такая волна представляет собой перемещающееся возмущение локальной плотности, распространяющееся посредством бесчисленного количества некогерентных столкновений. Поскольку звуковое поле определено как наблюдаемое только статистически в фазовом пространстве многочастичной системы, его нельзя канонически квантовать, как если бы оно являлось фундаментальным полем, даже если отдельные молекулы описываются в рамках квантовой механики. Соответственно, подразумевается, что и уравнения Эйнштейна не следует квантовать, даже если они в конечном счете описывают квантовые явления.

При достаточно высокой звуковой частоте или плотности, как известно, условия локального равновесия нарушаются, энтропия растет, и звук больше не распространяется во времени обратимым инвариантным образом. Можно ожидать, что при достаточно большой частоте или амплитуде возмущения гравитационного поля не будут больше описываться уравнением Эйнштейна, не из-за того, что становится существенным какой-либо квантомеханический оператор, связанный с метрикой, но из-за нарушения условий локального равновесия.

Ссылки

- [1] J.M. Bardeen, B. Carter and S.W. Hawking, *Comm. Math. Phys.* 31 161 (1973).
- [2] S.W. Hawking, *Comm. Math. Phys.* 43 199 (1975).
- [3] J.D. Bekenstein, *Phys. Rev. D* 7, 2333 (1973).
- [4] L. Bombelli, R.K. Koul, J. Lee, and R.D. Sorkin, *Phys. Rev. D* 34, 373 (1986).
- [5] Другой аргумент, который может быть выдвинут в поддержку пропорциональности между энтропией и площадью горизонта, возникает из голографической гипотезы [6, 7], т.е. идеи о том, что состояние части Вселенной внутри некоторой пространственной области может полностью определяться границей этой области. Однако, обычно справедливость этой гипотезы обосновывают как раз термодинамикой черных дыр. Поскольку автор пытается исходить из законов, подобных термодинамическим, возникает опасность возникновения порочного круга рассуждений.
- [6] G. 't Hooft, "Dimensional Reduction in Quantum Gravity", Utrecht preprint THU-93/26, gr-qc/9310026 .
- [7] L. Susskind, "The World as a Hologram", Stanford preprint SUITP-94-33, hep-th/9409089, to appear in *J. Math. Phys.*, November 1995.
- [8] W.G. Unruh, *Phys. Rev. D* 14, 870 (1976).
- [10] T. Jacobson, G. Kang, R.C. Myers, "Increase of Black Hole Entropy in Higher Curvature Gravity", McGill preprint 94-95, Maryland preprint UMDGR-95-047, gr-qc/9503020, to be published in *Phys. Rev. D*.
- [11] D.W. Sciama, P. Candelas, and D. Deutsch, *Adv. in Phys.*, 30, 327 (1981).