**Ву Зонг Чао (КНР)**

**Предлагаемый тест для мнимого времени при полном отражении**

**Перевод М.Х. Шульмана**

--------
arXiv:0804.0206v1 [quant-ph] 1 Apr 2008

**A Proposal of Testing Imaginary Time in a Total Reflection**

**Zhong Chao Wu**

Center for astrophysics
University of Science and Technology of China
Hefei, Anhui, China

(Oct. 16, 1997)
published in Journal of University of Science and Technology of China, No. 5, 4-7 (1998)
--------

**Аннотация**

Все парадоксы, связанные со сверхсветовым распространением сигнала, установленные в недавних экспериментах, могут быть устранены с помощью представлений о мнимом времени в квантовой области. Предлагается тестирование мнимого времени при полном отражении.

PACS: 98.80.Hw, 98.80. Bp, 05.60.+w, 73.40.Gk

Имел место ряд заявлений о том, что частица может распространяться быстрее света [1]. Это представляется противоречащим принципу относительности. Одним из побудительных мотивов данной публикации является прояснение этого момента. Я буду вести рассмотрение в квантовой области. Квантовая теория была существенно продвинута новыми исследованиями в квантовой космологии [2][3]. Будет полезным краткий обзор.

В квантовой космологии волновая функция замкнутой вселенной обычно представляется в виде суперпозиции ВКБ-волновых пакетов:

$$\Psi \approx C \exp(-S/\hbar), \tag{1}$$

где C – медленно меняющийся множитель, а $S \equiv S_r + iS_i$ – комплексная фаза, при этом временная координата явно не входит в зависимость.

Подставляя это в уравнение Шредингера или Уиллера-деВитта с нулевой энергией, получим

$$\left(-\frac{1}{2}(\nabla S)^2 + V + \hbar\left(\frac{1}{2}\triangle S + \nabla S\cdot\nabla\right) - \frac{1}{2}\hbar^2\triangle\right)C = 0, \tag{2}$$

где операторы $\triangle$ и $\nabla$ действуют в суперметрике конфигурационного пространства, V – потенциал. Мы можем разделить это уравнение на действительную часть

$$\left(-\frac{1}{2}(\nabla S_r)^2 + \frac{1}{2}(\nabla S_i)^2 + V + \hbar\left(\frac{1}{2}\triangle S_r + \nabla S_r\cdot\nabla\right) - \frac{1}{2}\hbar^2\triangle\right)C = 0, \tag{3}$$

и мнимую часть

$$-C\nabla S_r\cdot\nabla S_i + \hbar\left(\frac{1}{2}C\triangle S_i + \nabla S_i\cdot\nabla C\right) = 0 \tag{4}$$

Пренебрегая квантовыми эффектами от членов со степенями $\hbar$ в этих уравнениях, найдем из (3) и (4)

$$-\frac{1}{2}(\nabla S_r)^2 + \frac{1}{2}(\nabla S_i)^2 + V = 0, \tag{5}$$

и

$$\nabla S_r\cdot\nabla S_i = 0. \tag{6}$$

Если $\nabla S_r$ = 0, то уравнение (5) представляет собой лоренцево уравнение Гамильтона-Якоби, где S и $\nabla S_i$ идентифицируются с классическим действием и каноническим импульсом соответственно. Можно определить лоренцевы орбиты вдоль путей интегрирования, удовлетворяющих условию $\frac{\partial}{\partial t} \equiv \nabla S_i\cdot\nabla$. Эта волновая функция представляет ансамбль классических траекторий.

Даже если $\nabla S_r$ ≠ 0, все еще можно рассматривать уравнение (5) как скорректированное уравнение Гамильтона-Якоби. Однако лоренцевы траектории будут покидать орбиты в присутствии потенциала $V - \frac{1}{2}(\nabla S_r)^2$. Если поправкой пренебречь нельзя, то лоренцева эволюция должна заметно измениться по сравнению с классической динамикой. С другой стороны, из уравнения (6) мы знаем, что $S_r$ остается постоянной вдоль этих орбит, и что $\exp(-S_r)$ может быть интерпретирована как относительная вероятность этих траекторий.

Можно интерпретировать эту ситуацию следующим образом: волновая функция состоит из двух динамических частей. $S_i$ представляет лоренцеву эволюцию в действительном времени, в то время как $S_r$ представляет евклидову эволюцию в мнимом времени. Иногда можно перефразировать данную ситуацию, сказав, что вторая динамическая составляющая является как бы “замороженной” с точки зрения действительного времени. Эволюция в действительном времени имеет причинно-следственный характер, в то время как эволюция в мнимом времени является стохастической. Такая концепция получила широкое распространение в квантовой механике. Действительно, результаты недавних экспериментов в квантовой оптике, посвященных исследованию продолжительности туннелирования, могут рассматриваться как первое экспериментальное подтверждение существования мнимого времени [4].

Вторым побудительным мотивом данной публикации является описание экспериментальной проверки мнимого времени при полном отражении.

If $\nabla S_r$ = 0, то уравнение (4) влечет сохранение вероятности лоренцевой эволюции. Если член с $\hbar$ в (3) отражает возникновение вероятности в евклидовой эволюции, это связано с динамикой в мнимом времени. Несохранение вероятности в мнимом времени согласуется со сценарием рождения вселенной.

Вышеприведенный аргумент может быть применен даже к обычным системам, отвечающим уравнению Шредингера. Для системы с независящим от времени гамильтонианом решения могут быть разложены по стационарным состояниям, удовлетворяющим усеченному уравнению, где исчезает внешнее время. Можно рассматривать это усеченное уравнение как уравнение Уилера-ДеВитта. Внутреннее время системы возникнет естественным путем из волновых пакетов, как описано выше [4].

Считается, что в общем случае информация распространяется с групповой скоростью [5]. Скорости, измеренные в упомянутых релевантных экспериментах в данной публикации, связываются с движением в запрещенной с классической точки зрения области, а там групповая скорость не имеет физического смысла.

Можно легко построить модель в рамках квантового подхода. Представим себе частицу с массой *m*, которая движется в прямоугольной области, т.е. с потенциальной энергией U = 0 для $0 < x < a, 0 < y < b, -\infty < z < \infty$ и $U = \infty$ в другой области. Усеченное уравнение Шредингера для стационарного состояния с энергией E в прямоугольной области есть

$$\triangle\psi + (2m/\hbar^2)E\psi = 0, \qquad (7)$$

Волновая функции имеет вид произведения:

$$\psi_{n_1 n_2 k} \sim \sin\frac{\pi n_1}{a}x \sin\frac{\pi n_2}{b}y \exp ikz, \qquad (8)$$

где $n_1$, $n_2$ – целые числа, k – комплексное число, удовлетворяющее условие

$$E = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\frac{n_1^2}{a^2} + \frac{n_2^2}{b^2} + \frac{k^2}{\pi^2}\right). \qquad (9)$$

В зависимости от того, является ли k действительным или мнимым, волновая функция, связанная с движением вдоль оси *z*, будет осциллирующей или экспоненциальной. Знак k выбирается в зависимости от направления движения частицы по отношению к $z = \pm\infty$.

Если k – мнимое, то в соответствии с нашей философией время, связанное с этой степенью свободы, становится мнимым, тогда как время, связанное с движением вдоль осей *x* и *y*, всегда остается действительным. В этих условиях при движении частицы вдоль оси *z* для нее не существует действительного времени. Течение мнимого времени вызывает затухание волновой функции, или к уменьшению плотности вероятности.

Хорошо известно, что в волноводе для волны данной моды $i$ колебаний существует наименьшая возможная частота – критическая частота $\omega_i$. Все моды с частотами меньше этого порога подавляются. Тогда можно утверждать, что распространение волны связано с ненулевым мнимым и нулевым действительным интервалами времени. Действительно, волна в волноводе может рассматриваться как когерентные колебания ансамбля фотонов. Уравнение Шредингера (7), где $2mE/\hbar^2$ заменено на $\omega^2$, подобно волновому уравнению Максвелла для волны в волноводе. При измерении течения времени извне волновода у людей создается иллюзия, что волна распространяется со сверхсветовой скоростью. Но здесь нет нарушения принципа относительности и превышения скорости света в вакууме. Происхождение иллюзии сверхсветовой скорости распространения связано с тем, что классически запрещенная область преодолевается за мнимое время. Это было подтверждено экспериментально [6] [7].

Интересно выписать фазовую скорость $v_p$ и групповую скорость $v_g$ волны в волноводе для частоты, превышающей пороговую (мы положили $c$ = 1) [5]:

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\sqrt{k^2+\omega_i^2}}{k}, \ \ v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{k}{\sqrt{k^2+\omega_i^2}}. \tag{10}$$

В действительном времени групповая скорость, или скорость распространения сигнала, близка к нулю при частоте, близкой к пороговой. Однако при частоте ниже пороговой групповая скорость не имеет физического смысла, а скорость распространения сигнала стремится к бесконечности.

Из некоторых публикаций мы можем узнать, что иногда сигнал распространяется в пространстве со скоростью, в несколько раз большей скорости света. Точная кратность не имеет значения, поскольку она получается при усреднении бесконечной величины в зоне мнимого времени, тогда как в зоне действительного времени скорость равна 1 или меньше ее.

Я хотел бы предложить новый экспериментальный тест. Пусть при внутреннем отражении свет попадает на границу $z$ = 0 со стороны области $z$ < 0 оптически более плотной среды с показателем преломления $n_1$ в менее плотную среду с показателем преломления $n_2$. Предположим, что свет распространяется в плоскости $xz$. Волновой вектор k удовлетворяет условию

$$k_{0x} = k_{1x} = k_{2x}, \ k_{1z} = -k_{oz} = -\frac{\omega}{n_1}\cos\theta_0, \ k_{2z} = \omega\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_0}. \tag{11}$$

где $\omega$ – частота световых колебаний, $\theta_o$ – угол падения. Угол отражения $\theta_2$ будет определяться условием

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_0} = \frac{n_1}{n_2}. \tag{12}$$

Полное отражение достигается при $\theta_2$ ≥ 1, тогда $\theta_2$ и $k_{2z}$ становятся мнимыми. Свет в менее плотной среде будет распространяться вдоль оси $x$ и будет экспоненциально затухать вдоль положительного направления оси $z$. Так же, как и в случае волны в волноводе, затухание света вдоль оси $z$ может рассматриваться как распространение в мнимом времени, и наблюдатель установит, что прохождение света через среду 2 займет нулевое действительное время.

Итак, все утверждения о сверхсветовом распространении сигнала можно интерпретировать как движение частицы в области, запрещенной для ее нахождения там с классической точки зрения, происходящее в мнимом времени. Теории относительности это не противоречит.

**Ссылки:**

[1]. R.Y. Chiao, Phys. Rev. A 48, R34 (1993). R.Y. Chaio, P.G. Kwait and A.M. Steinberg, Scientific American, 52, August 1993. R.Y. Chiao and J. Boyce, Phys. Rev. Lett. 73, 3383 (1994).
[2]. G.W. Gibbons and S.W. Hawking, Euclidean Quantum Gravity, (World Scientific, Singapore, 1992).
[3]. S.W. Hawking, Nucl. Phys. B239, 257 (1984).
[4]. Zhong Chao Wu, The Imaginary Time in the Tunneling Process. (unpublished, 1995).
[5]. L. Brillouin, Wave Propagation and Group Velocity (Academic, New York, 1960).
[6]. A. Enders and G. Nimtz, Phys. Rev. B 48, 632 (1993).
[7]. A. Enders and G. Nimtz, J. Phys. I France 2 1693 (1992).