

Излучение Хокинга-Унру и излучение равномерно ускоренного заряда

К. Мак-Дональд (США)

Перевод М.Х. Шульмана (shulman@dol.ru, www.timeorigin21.narod.ru)

Hawking-Unruh Radiation and Radiation of a Uniformly Accelerated Charge

Kirk T. McDonald

Joseph Henry Laboratories, Princeton University, Princeton, NJ 08544

(February 3, 1998; updated March 4, 1998)

Prepared for 15th Advanced ICFA Beam Dynamics Workshop on Quantum Aspects of Beam Physics, Monterey, California, 4-9 Jan 1998.

<http://www.hep.princeton.edu/~mcdonald/accel/unruh.pdf>

Аннотация

Излучение Хокинга-Унру является мерой квантовых флуктуаций при излучении ускоренных зарядов. В случае равномерного ускорения существование излучения Унру укрепляет доверие к тому, что излучение существует в принципе, и помогает прояснить аспекты эквивалентности между излучением при равномерном ускорении и в однородном гравитационном поле.

1 Излучение Хокинга-Унру

Согласно Хокингу [1], наблюдатель вне черной дыры оказывается в тепловой ванне с температурой

$$T = \frac{\hbar g}{2\pi c k}, \quad (1)$$

где g - локальное ускорение, обусловленное гравитацией, c - скорость света, \hbar - постоянная Планка, k - постоянная Больцмана. Точно так же фоновое гравитационное поле взаимодействует с квантовыми флуктуациями электромагнитного поля с тем результатом, что энергия может передаваться наблюдателю, как если бы он находился в печи, заполненной излучением черного тела. Разумеется, этот эффект заметен только если фоновое поле значительно по величине.

Яркий пример: если температура эквивалентна 1 МэВ или больше, в вакууме виртуальные электронно-позитронные пары могут превращаться в реальные частицы.

Как заметил Унру [2], это явление может быть продемонстрировано в лаборатории согласно принципу эквивалентности: ускоренный наблюдатель в пространстве, свободном от гравитационного поля, испытывает те же (локальные) физические воздействия, что и наблюдатель, покоящийся в гравитационном поле. Следовательно, ускоренный наблюдатель (при нулевой гравитации) должен обнаружить себя в тепловой бане излучения с характерной температурой излучения

$$T = \frac{\hbar a^*}{2\pi c k}, \quad (2)$$

где a^* - ускорение, измеренное в мгновенной системе покоя наблюдателя. Этому сюжету был посвящен обзор в [3].

Температура Хокинга-Унру находит применение в физике ускорителей как причина того, что электроны в накопительном кольце (storage ring)¹ не обладают 100%-поляризацией, несмотря на испускание имполяризованного синхротронного излучения [4]. Действительно, различные ограничительные свойства этого кольца, возникающие вследствие квантовых флуктуаций синхротронного излучения, могут быть легко поняты в терминах уравнения (2) [6, 7].

В данной публикации мы рассматриваем другой аспект эффекта Хокинга-Унру. Предположим, что наблюдатель представляет собой электрон, ускоренный в электромагнитном поле E . Тогда рассеяние электрона фотонами в кажущейся тепловой ванне должно интерпретироваться лабораторным наблюдателем как “внешний” вклад в темп излучения ускоренного заряда [8]. Мощность этого “внешнего” вклада, который я назову “излучением Унру”, будет равна

$$(dU_{\text{Unruh}}/dt) = (\text{поток энергии теплового излучения}) \times (\text{сечение рассеяния}) \quad (3)$$

Для сечения рассеяния мы используем хорошо известный результат рассеяния Томсона $\sigma_{\text{Thomson}} = 8\pi r_0^2/3$, где $r_0 = e^2/mc^2$ - классический радиус электрона, m - масса электрона. Плотность энергии теплового излучения дается обычным выражением Планка:

$$\frac{dU}{d\nu} = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}, \quad (4)$$

где ν - частота. Поток изотропного излучения на электрон ровно в c раз больше плотности энергии. Заметим, что эти соотношения справедливы в мгновенно покоящейся системе отсчета электрона. Тогда

$$\frac{dU_{\text{Unruh}}}{dt d\nu} = \frac{8\pi}{c^2} \frac{h\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} \frac{8\pi}{3} r_0^2. \quad (5)$$

Интегрируя по ν , получим, используя соотношение (2) Унру-Хокинга:

$$\frac{dU_{\text{Unruh}}}{dt} = \frac{8\pi^3 \hbar r_0^2}{45c^2} \left(\frac{kT}{\hbar} \right)^4 = \frac{\hbar r_0^2 a^{*4}}{90\pi c^6}, \quad (6)$$

Присутствие \hbar в уравнении (6) напоминает нам, что излучение Унру – это квантовый феномен.

Это равняется темпу классического ларморова излучения

$$dU/dt = 2e^2 a^{*2}/3c^3.$$

при

¹ Ускоритель приблизительно кольцевой формы, в котором частицы могут эффективно накапливаться для непрерывной циркуляции с высокой энергией.

$$E^* = \sqrt{\frac{60\pi}{\alpha}} E_{\text{crit}} \approx \frac{E_{\text{crit}}}{\alpha}, \quad (7)$$

где E_{crit} - критическая интенсивность поля квантовой электродинамики

$$E_{\text{crit}} = \frac{m^2 c^3}{e \hbar} = 1.6 \times 10^{16} \text{ V/cm} = 3.3 \times 10^{13} \text{ Gauss}, \quad (8)$$

которая была впервые указана в контексте парадокса Клейна [9, 10, 11]. В этом случае ускорение $a^* = eE^*/m$ составляет около 10^{31} земного ускорения свободного падения g .

“Излучение Унру”, выведенное выше, не является на самом деле новым типом излучения. Sciamma [12] подчеркивал, что кажущаяся температура ускоренного наблюдателя должна быть интерпретирована в терминах квантовых флуктуаций. Излучение Унру представляет собой квантовую поправку к темпу классического излучения, оно сильно возрастает только в ситуациях, где темп квантовых флуктуаций становится значительным. Этот феномен должен быть включен в стандартную теорию квантовой электродинамики, но прямая демонстрация этого еще не достигнута.

2 Излучение при равномерно ускоренном движении

Существование излучение Унру порождает интересный комментарий к “вечной проблеме (perpetual problem)”: излучает ли равномерно ускоренный заряд [13]. Эта знаменитая проблема всплывает в обсуждениях излучения реакции, восходящих к Лоренцу [14] и Планку [15, 16]. (Нерелятивистское) уравнение движения, включающее радиационное трение, записывается в виде (в гауссовых единицах):

$$m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{F}_{\text{react}}, \quad (9)$$

где \mathbf{F}_{ext} - внешняя сила на электрон электромагнитной или гравитационной природы, и

$$\mathbf{F}_{\text{react}} = \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\mathbf{v}} + \mathcal{O}(v/c) \quad (10)$$

- сила радиационного трения, где \mathbf{v} - скорость электрона, причем две точки указывают на двойное дифференцирование по времени.

Эта “вечная проблема” состоит в том, излучает ли заряд, если его ускорение постоянно, т.е. если $\ddot{\mathbf{v}} = 0$. В таком случае сила радиационного трения (10) исчезает, и многие утверждают, что это означает отсутствие излучения [17, 20].

Дополнительная перспектива для этой проблемы возникает при ковариантной записи. Релятивистская версия (9) в 4-мерном формализме имеет вид

$$mc^2 \frac{du^\mu}{ds} = F_{\text{ext}}^\mu + F_{\text{react}}^\mu, \quad (11)$$

с внешней 4-силой F_{ext}^μ и 4-силой радиационного трения

$$F_{\text{react}}^{\mu} = \frac{2e^2}{3} \frac{d^2 u^{\mu}}{ds^2} - \frac{R u^{\mu}}{c}, \quad (12)$$

где

$$R = -\frac{2e^2 c}{3} \frac{du_{\nu}}{ds} \frac{du^{\nu}}{ds} = \frac{2e^2 \gamma^6}{3c^3} \left[\dot{\mathbf{v}}^2 - \frac{(\mathbf{v} \times \dot{\mathbf{v}})^2}{c^2} \right] \geq 0 \quad (13)$$

представляет собой темп излучения энергии ускоренного заряда, $u^{\mu} = \gamma(1, \mathbf{v}/c)$ - 4-скорость, $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, $ds = cd\tau$ - инвариантный интервал при метрической сигнатуре $(1, -1, -1, -1)$.

Временная компонента уравнения (11) может быть записана в виде

$$\frac{d\gamma mc^2}{dt} = \mathbf{F}_{\text{ext}} \cdot \mathbf{v} + \frac{dQ}{dt} - R, \quad (14)$$

где

$$Q = \frac{2\gamma^4 e^2 \mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}}}{3c^3}, \quad (15)$$

- это энергия, которую впервые идентифицировал Schott [21,22] как накопленную “электроном виртуальную энергию ускорения” и которая получила имя “энергии ускорения”. Пространственные же компоненты равны

$$\frac{d\gamma m \mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_{\text{ext}} + \frac{2e^2 \gamma^2}{3c^3} \times \left[\ddot{\mathbf{v}} + \frac{3\gamma^2}{c^2} (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}}) \dot{\mathbf{v}} + \frac{\gamma^2}{c^2} (\mathbf{v} \cdot \ddot{\mathbf{v}}) \mathbf{v} + \frac{3\gamma^4}{c^4} (\mathbf{v} \cdot \dot{\mathbf{v}})^2 \mathbf{v} \right]. \quad (16)$$

Уравнения, эквивалентные (14 – 16), впервые получил Abraham [23]. Von Laue [24] первым показал, что эти уравнения могут быть получены с помощью преобразований Лоренца, примененных к нерелятивистским выражениям (9 – 10). Ковариантная запись уравнений (11 – 13) была впервые применена к радиационному трению Дираком [25]. Интересное обсуждение уравнений (14 – 16) недавно привел Yaghjian [26].

В случае равномерного ускорения Schott [22] аргументировал, что “энергия, излученная электроном, целиком выводится из его энергии ускорения; т.е. как если бы она была внутренней компенсацией между различными частями его радиационного давления, которое вызывает его исчезновение”. Эта точка зрения в некотором смысле позволяет легче следовать, если “энергия ускорения” означает энергию, запасенную в ближней и индукционной зонах электромагнитного поля, как утверждает Thirring [28] и Fulton и Rohrlich [31]. Другие комментарии к этой проблеме приведены в Drukey [27], Bondi and Hoyle [29], DeWitt [30, 36], Rohrlich [32, 37], Rosen [33], Bradbury [34], Leibovitz [35], Nikishov [38], Ginzburg [13], Herrera [39] and Coleman [40], и все они соглашаются, что равномерно ускоренный заряд излучает.

3 Следствия из существования излучения Унру-Хокинга

Прямым следствием из существования излучения Унру является то, что интерпретация его в качестве меры квантовых флуктуаций на темп классического излучения требует, что и классическое излучение существует.

В настоящее время излучение Унру для равномерно ускоренного движения существует только в качестве теоретической концепции, пока оно еще не было подтверждено в лаборатории. Экспериментальное свидетельство эффектов Хокинга-Унру существует для равномерного кругового движения, как упоминалось во Введении.

Заслуживает внимания, что пока обсуждение излучения ускоренным зарядом в случае равномерного ускорения является, возможно, наиболее интригующим с классической точки зрения, в этом же случае обсуждение квантовых флуктуаций является наиболее ясным.

Кроме того, излучение Хокинга-Унру помогает прояснить оставшуюся загадку в обсуждении эквивалентности между ускоренными зарядами и зарядами в гравитационном поле. Вследствие трудности при идентификации однозначной волновой зоны для равномерно ускоренного движения заряда (в области без гравитационного поля) и также в случае заряда в однородном гравитационном поле остаются некоторые сомнения, выводится ли “излучение” на основе классической аргументации с привлечением фотонов. Так, на стр. 573 статьи Ginzburg [13] мы читаем: “ни однородное гравитационное поле, ни равномерно ускоренная система отсчета не может действительно “генерировать” свободные частицы, особенно фотоны”. Мы теперь видим, что квантовая точка зрения богаче, чем традиционная, и что излучение Хокинга-Унру дает, по крайней мере, частичное понимание излучения частицей при равномерном ускорении или поле гравитации. Следовательно, мы можем рассматривать подходы Bondi and Gold [29], Fulton and Rohrlich [31], the DeWitt's [36] and Ginzburg [13] к излучению и принципу эквивалентности в качестве предшественников концепции излучения Хокинга.

Благодарность

Я хотел бы поблагодарить Билла Унру за обсуждение эффектов Хокинга-Унру.

Ссылки

- [1] S.W. Hawking, *Black Hole Explosions*, Nature **248**, 30-31 (1974),
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/hawking_nature_248_30_74.pdf
Particle Creation by Black Holes, Comm. Math. Phys. **43**, 199-220 (1975),
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/hawking_cmp_43_199_75.pdf
- [2] W.G. Unruh, *Notes on Black Hole Evaporation*, Phys. Rev. D **14**, 870-892 (1976),
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/unruh_prd_14_870_76.pdf
Particle Detectors and Black Hole Evaporation, Ann. N.Y. Acad. Sci. **302**, 186-190 (1977),
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/unruh_anyas_302_186_77.pdf
- [3] J.F. Donoghue and B.R. Holstein, *Temperature measured by a uniformly accelerated observer*, Am. J. Phys. **52**, 730-734 (1984),
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/donoghue_ajp_52_730_84.pdf
- [4] J.S. Bell and J.M. Leinaas, *Electrons as Accelerated Thermometers*, Nuc. Phys. **B212**, 131-150 (1983),
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/bell_np_b212_131_83.pdf
The Unruh Effect and Quantum Fluctuations of Electrons in Storage Rings, Nuc.Phys. **B284**, 488-508 (1987),
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/bell_np_b284_488_87.pdf
J.S. Bell, R.J. Hughes and J.M. Leinaas, *The Unruh Effect in Extended Thermometers*, Z. Phys. **C28**, 75-80 (1985),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/bell_zp_c28_75_85.pdf

[5] M. Sands, *The Physics of Electron Storage Rings*, SLAC-121, (1970); also in Proc. 1969 Int. School of Physics, 'Enrico Fermi', ed. by B. Touschek (Academic Press, 1971), p. 257, <http://www.slac.stanford.edu/pubs/slacreports/slac-r-121.html>

[6] K.T. McDonald, *The Hawking-Unruh Temperature and Quantum Fluctuations in Particle Accelerators*, Proc. of the 1987 IEEE Part. Accel. Conf., E.R. Lindstrom and L.S. Taylor, eds. (Washington, D.C., Mar. 16-19, 1987) pp. 1196-1197,

<http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/accel/unruh.pdf>

[7] K.T. McDonald, *The Hawking-Unruh Temperature and Damping in a Linear Focusing Channel*, contributed to the Proc. of the Workshop on Quantum Aspects of Beam Dynamics (Monterey, CA, Jan. 4-9, 1998),

<http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/accel/linearchannel.pdf>

[8] K.T. McDonald, *Fundamental Physics During Violent Acceleration*, in *Laser Acceleration of Particles*, C. Joshi and T. Katsouleas, eds., AIP Conf. Proc. No. 130, (New York, 1985), pp. 23-54, <http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/accel/malibu.pdf>

[9] O. Klein, *Die Reflexion von Elektronen an einem Potentialsprung nach der relativistischen Dynamik von Dirac*, Z. Phys. **53**, 157-165 (1929),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/klein_zp_53_157_29.pdf

[10] F. Sauter, *Über das Verhalten eines Elektrons im homogenen elektrischen Feld nach der relativistischen Theorie Diracs*, Z. Phys. **69**, 742-764 (1931),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/sauter_zp_69_742_31.pdf

Zum 'Kleinschen Paradoxon', Z. Phys. **73**, 547-552 (1931),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/sauter_zp_73_547_31.pdf

[11] W. Heisenberg and H. Euler, *Folgerungen aus der Diracschen Theorie des Positrons*, Z. Phys. **98**, 718-732 (1936),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/heisenberg_zp_98_714_36.pdf

[12] D.W. Sciama, *The Thermodynamics of Black Holes*, Ann. N.Y. Acad. Sci. **302**, 161-165 (1977); D.W. Sciama, P. Candelas and D. Deutsch, *Quantum Field Theory, Horizons and Thermodynamics*, Adv. in Phys. **30**, 327-366 (1981),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/sciama_ap_30_327_81.pdf

[13] V.L. Ginzburg, *Radiation and Radiation Friction Force in Uniformly Accelerated Motion*, Sov. Phys. Uspekhi **12**, 565-574 (1969),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/ginzburg_spu_12_565_69.pdf

[14] H.A. Lorentz, *La Théorie de l'Electromagnétique de Maxwell et son Application aux Corps Mouvements*, Arch. Néerl. **25**, 363-552 (1892),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/lorentz_theorie_electromagnetique_92.pdf

reprinted in *Collected Papers* (Martinus Nijhoff, The Hague, 1936), Vol. II, pp. 64-343.

[15] M. Planck, *Über elektrische Schwingungen, welche durch Resonanz erregt und durch Strahlung gedämpft werden*, Ann. Phys. Chem. **60**, 577-599 (1897),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/planck_ap_60_577_97.pdf

[16] M. Planck, *Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung*, (J. Barth, Leipzig, 1906), sec. III.

[17] M. Born, *Die Theorie des starren Elektrons in der Kinematik des Relativitätssprinzips*, Ann. Phys. **30**, 1-56 (1909),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/born_ap_30_1_09.pdf

[18] G. Nordström, *Note on the circumstance that an electric charge moving in accordance with quantum conditions does not radiate*, Proc. Roy. Acad. Amsterdam **22**, 145-149 (1920),

http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/nordstrom_praa_22_145_20.pdf

[19] W. Pauli, *Relativitätstheorie*, Enzyl.Math.Wiss. Vol. V, part II, no. 19, 543-773 (1921); translated as *Theory of Relativity* (Pergamon Press, New York, 1958).

- [20] See <http://www.mathpages.com/home/kmath528/kmath528.htm> for discussion of how Feynman indicated that he agreed (at one time) that a uniformly accelerated charge does not radiate.
- [21] G.A. Schott, *Electromagnetic Radiation and the Mechanical Reactions Arising from It* (Cambridge U. Press, 1912), especially Chap. XI and Appendix D.
- [22] G.A. Schott, *On the Motion of the Lorentz Electron*, Phil. Mag. **29**, 49-69 (1915), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/schott_pm_29_49_15.pdf
- [23] M. Abraham, *Zur Theories der Strahlung and des Strahlungsdruckes*, Ann. Phys. **14**, 236-287 (1904), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/abraham_ap_14_236_04.pdf
- [24] M. von Laue, *Die Wellenstrahlung einer bewegten Punktladung nach dem Relativitätsprinzip*, Ann. Phys. **28**, 436-442 (1909), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/vonlaue_ap_28_436_09.pdf
- [25] P.A.M. Dirac, *Classical Theory of Radiating Electrons*, Proc. Roy. Soc. A **167**, 148-169 (1938), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/dirac_prsla_167_148_38.pdf
- [26] A.D. Yaghjian, *Relativistic Dynamics of a Charged Sphere* (Springer-Verlag, Berlin, 1992).
- [27] D.L. Drukey, *Radiation from a Uniformly Accelerated Charge*, Phys. Rev. **76**, 543-544 (1949), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/drukey_pr_76_543_49.pdf
- [28] W.E. Thirring, *Principles of Quantum Electrodynamics* (Academic Press, New York, 1958), Chap. 2, especially p. 24.
- [29] H. Bondi and T. Gold, *The field of a uniformly accelerated charge, with special reference to the problem of gravitational acceleration*, Proc. Roy. Soc. (London) **229A**, 416-424 (1955), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/bondi_prsla_229_416_55.pdf
- [30] B.S. DeWitt and R.W. Brehme, *Radiation Damping in a Gravitational Field*, Ann. Phys. **9**, 220-259 (1960), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/dewitt_ap_9_220_60.pdf
- [31] T. Fulton and F. Rohrlich, *Classical Radiation from a Uniformly Accelerated Charge*, Ann. Phys. **9**, 499-517 (1960), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/fulton_ap_9_499_60.pdf
- [32] F. Rohrlich, *The Equations of Motions of Classical Charges*, Ann. Phys. **13**, 93-109 (1961), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/rohrlich_ap_13_93_61.pdf
- [33] N. Rosen, *Field of a Particle in Uniform Motion and Uniform Acceleration*, Ann. Phys. **17**, 26-275 (1962), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/rosen_ap_17_26_62.pdf
- [34] T.C. Bradbury, *Radiation Damping in Classical Electrodynamics*, Ann. Phys. **19**, 323-347 (1962), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/bradbury_ap_19_323_62.pdf
- [35] C. Leibovitz and A. Peres, *Energy Balance of Uniformly Accelerated Charge*, Ann. Phys. **25**, 400-404 (1963), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/liebovitz_ap_25_400_63.pdf
- [36] C.M. DeWitt and B.S. DeWitt, *Falling Charges*, Physics **1**, 3-20 (1964), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/dewitt_physics_1_3_64.pdf
- [37] F. Rohrlich, *Classical Charged Particles* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1965).
- [38] A.I. Nikishov and V.I. Ritus, *Radiation Spectrum of an Electron Moving in a Constant Electric Field*, Sov. Phys. JETP **29**, 1093-1097 (1969), http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/QED/nikishov_spjetp_29_1093_69.pdf

- [39] J.C. Herrera, *Relativistic Motion in a Constant Field and the Schott Energy*, Nuovo Cim. **70B**, 12-20 (1970).
- [40] S. Coleman, *Classical Electron Theory from a Modern Standpoint*, in *Electromagnetism: Paths to Research*, D. Teplitz, ed. (Plenum, New York, 1982), pp. 183-210,
http://puhep1.princeton.edu/~mcdonald/examples/EM/coleman_epr_183_82.pdf