

# О природе тяготения и законов Ньютона

Эрик Верлинде (Нидерланды)

Сокращенный<sup>1</sup> перевод М.Х. Шульмана ([shulman@dol.ru](mailto:shulman@dol.ru))

---

arXiv:1001.0785v1 [hep-th] 6 Jan 2010

On the Origin of Gravity and the Laws of Newton

Erik Verlinde [verlinde@uva.nl](mailto:verlinde@uva.nl)

Institute for Theoretical Physics, University of Amsterdam  
Valckenierstraat 65 1018 XE, Amsterdam, The Netherlands

---

## Аннотация

Исходя из первичных принципов и общих допущений, показано, что закон тяготения Ньютона естественно и неизбежно возникает в теории, в которой пространство проявляется посредством голографического сценария. Гравитация объясняется через энтропийную силу, обусловленную изменениями информации, которая связана с положением материальных тел. Релятивистское обобщение этих представлений непосредственно приводит к уравнениям Эйнштейна. При возникновении пространства даже закон инерции Ньютона нуждается в объяснении. Принцип эквивалентности приводит нас к заключению, что это тот самый закон инерции, который проистекает из энтропии.

## 1. Введение

Из всех сил в Природе тяготение, очевидно, является наиболее общей. Гравитация так или иначе связана со всем, что несет энергию, а также со структурой пространства-времени. Многие физики считают, что гравитация и геометрия пространства-времени являются возникающими (emergent) феноменами, т.е. могут проистекать из микроскопического описания, которое “не знает” об их существовании.

Универсальность гравитации предполагает, что ее возникновение должно быть понято, исходя из общих принципов, которые не зависят от специфических деталей конкретной микроскопической теории. В данной статье мы утверждаем, что центральным понятием, необходимым для вывода гравитации, является информация. Более точно, речь идет о количестве информации, связанной с материей и ее распределением, независимо от вида конкретной микроскопической теории измеряемом в терминах энтропии. Изменения этой энтропии при перемещении материи приводит к появлению энтропийной силы, которая, как мы покажем, приобретает обличье гравитации. Ее происхождение, следовательно, связано с тенденцией макроскопической теории к росту энтропии.

Наиболее важное допущение состоит в том, что информация, связанная с некоторой областью пространства, подчиняется голографическому принципу [8, 9] и в большой степени опирается, в частности, на физику черных дыр [1, 3]. Это указывает, что, по крайней мере, микроскопические степени свободы могут быть

---

<sup>1</sup> При переводе я опустил примерно 20% исходного текста статьи, в основном ту его часть, которая связана с упоминанием и обсуждением теории струн и соответствия AdS/CFT. – Примеч. пер.

представлены голографически как на границе пространственно-временной области, так и на горизонте черных дыр.

Кажется, однако, что эта концепция может быть существенно обобщена. Например, в физике черных дыр существуют идеи, что информация может храниться в сжатых горизонтах. Далее, говоря об ускоренных наблюдателях, можно в принципе расположить голографические экраны повсюду в пространстве. Во всех таких случаях возникновение голографического направления сопровождается красными смещениями и связано с некоторой процедурой огрубления, или дискретизации (*coarse graining procedure*). Если все эти сочетания идей верны, то должен существовать общий подход, который описывает, как пространство возникает вместе с гравитацией.

Обычно голография изучается в релятивистском контексте. Однако гравитационная сила присутствует и в нашем повседневном нерелятивистском мире. Природа гравитации, какой бы она ни была, должна, следовательно, естественным образом объяснить, почему эта сила возникает так, как это на самом деле происходит, и подчиняется закону тяготения Ньютона. Действительно, когда возникает пространство, должны быть заново выведены другие законы Ньютона, потому что стандартные понятия типа координаты, скорости, ускорения, массы и силы также становятся неочевидными. Следовательно, при таком подходе законы механики должны появляться вместе с пространством как таковым. Не определены даже такие базовые понятия, как инерция, их следует объяснить заново.

В настоящей статье мы представляем голографический сценарий возникновения пространства и выводим природу гравитации и инерции, которая связана с принципом эквивалентности. Опираясь на исходные принципы, используя только такие независимые от пространства понятия, как энергия, энтропия и температура, мы показываем, что законы Ньютона возникают не только естественно, но и неизбежно. Гравитация оказывается энтропийной силой, обусловленной изменением количества информации, связанной с положением материальных сил.

Решающим является то обстоятельство, что только конечное число степеней свободы ассоциировано с данным объемом пространства, как утверждает голографический принцип. Энергия, эквивалентная материи, равномерно распределена по степеням свободы, из этого возникает представление о температуре. Произведение температуры и изменения энтропии вследствие перемещения материи оказывается равным работе, произведенной гравитационной силой. Так неожиданно простым образом возникает закон тяготения Ньютона.

Голографический принцип было нелегко извлечь из законов Ньютона и Эйнштейна, он глубоко спрятан в них. Напротив, исходя из голографического подхода, мы видим, что эти хорошо знакомые законы прямо следуют из него и неизбежны. Обращая таким образом первоначальную логику вывода от гравитации к голографии, мы получим гораздо более стройную и одновременно более простую картину того, что представляет собой гравитация. Например, выясняется, почему гравитация допускает действие на расстоянии даже отсутствия промежуточного поля силы.

Мы начинаем с экспозиции понятия энтропийной силы в разделе 2. Раздел 3 иллюстрирует главный эвристический аргумент при простом нерелятивистском подходе. Его обобщение на произвольное распределение материи дается в разделе 4. В разделе 5 мы распространяем эти результаты на релятивистский случай и выводим уравнения Эйнштейна. Выводы представлены в разделе 6.

## 2. Энтропийная сила

Обсуждается представление об энтропийной силе, которая на макроскопическом (статистическом) уровне выражает тенденцию большой системы к переходу в наиболее вероятное состояние. Такие силы характерны для коллоидных и биосистем, полимеров, осмотических процессов и т.д.

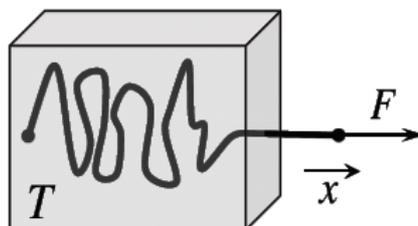


Рисунок 1

В качестве примера приводится полимерный фрагмент, погруженный в тепловой резервуар и закрепленный только с одной стороны (рис. 1). С другой стороны на него действует внешняя сила  $F$ , выводящая его из состояния равновесия. Тенденцию к восстановлению равновесия можно описать с помощью упругой (консервативной) энтропийной силы, которая противодействует внешней силе и описывается аналогом закона Гука.

$$F_{polymer} \sim -const \cdot k_B T \langle x \rangle$$

где  $T$  – температура,  $k_B$  – постоянная Больцмана. Если температура постоянна, то возникает соответствующая разность энтропийных потенциалов. Произведение  $Fx$  может рассматриваться как энергия, которую следует приложить к системе, чтобы вывести ее из состояния равновесия.

## 3. Возникновение законов Ньютона

### **Сила и инерция**

Исходное допущение работы прямо восходит к мысленному эксперименту Бекенштейна при выводе его знаменитой формулы для энтропии. Он рассмотрел частицу массы  $m$ , закрепленной на воображаемой "струне", которую опускают на черную дыру. Непосредственно вблизи самого горизонта частица падает на него. В следствие бесконечного красного смещения ее масса увеличивает массу черной дыры на некоторую произвольно малую (классическую) величину. Если мы имеем дело с тепловым газом частиц, то это может привести к проблемам со вторым законом термодинамики. Бекенштейн решил их, утверждая, что когда частица находится на расстоянии комптоновской длины волны от горизонта, то ее уже можно рассматривать как часть черной дыры. Тогда она увеличивает массу и горизонт черной дыры на малую величину, которую он связал с одним битом информации. Это привело его к закону соответствия между площадью горизонта черной дыры и ее энтропией.

Воспроизведем это основание для ситуации рядом не с черной дырой, а с плоским нерелятивистским пространством. То ест рассмотрим маленькую

пластинку – голографический экран, и частицу массы  $m$ , которая со временем приближается к ней со стороны (рис. 2). В конце концов микроскопические степени свободы частицы сливаются с экраном, но непосредственно перед этим уже некоторое количество информации передается экрану.

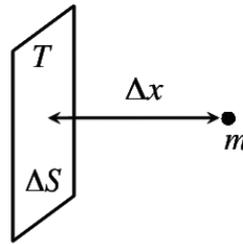


Рисунок 2.

Руководствуясь теми же соображениями, что и Бекенштейн, запишем формулу для приращения энтропии в виде

$$\Delta S = 2\pi k_B \frac{mc}{\hbar} \Delta x. \quad (3.6)$$

(оно пропорционально массе по соображениям аддитивности).

Как возникает энтропийная сила? Основная идея состоит в использовании аналогии с осмосом через полупроницаемую мембрану. Когда для частицы существует энтропийная причина оказаться с одной стороны мембраны, которая обладает определенной температурой, то она испытывает эффективную силу, равную

$$F \Delta x = T \Delta S. \quad (3.7)$$

Это и есть энтропийная сила. Но со времен Ньютона известно, что сила должна быть связана с ненулевым ускорением. С другой стороны, ускорение и температура тесно связаны: Унру показал, что наблюдатель в ускоренной системе отсчета обладает температурой

$$k_B T = \frac{1}{2\pi} \frac{\hbar a}{c}, \quad (3.8)$$

где  $a$  – ускорение. Воспользуемся этой формулой для того, чтобы ввести температуру, связанную с битами экрана. Тогда с помощью (3.6), (3.7) и (3.8) мы получаем второй закон Ньютона

$$F = ma. \quad (3.9)$$

### **Закон тяготения Ньютона**

Пусть некоторая область пространства заключена в сферическую оболочку. Об этой оболочке можно думать как о некотором устройстве памяти для хранения информации. Предполагая выполнение голографического принципа, получим, что информационная емкость этого устройства пропорциональна площади оболочки  $A$ , а каждая ячейка оболочки по определению содержит один бит.

Обозначим число использованных битов через  $N$ . Можно предположить, что

$$N = \frac{Ac^3}{G\hbar} \quad (3.10)$$

где мы ввели новую константу  $G$  (которая может оказаться равной константе тяготения Ньютона, но мы пока об этом не говорим, так что константа  $G$  определяется данным уравнением).

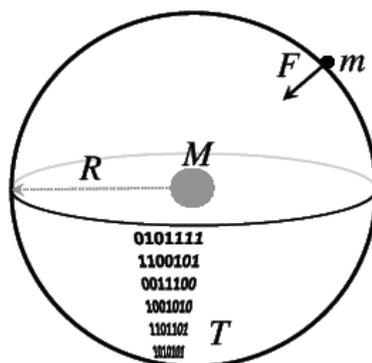


Рисунок 3.

Частица с массой  $m$  около голографического сферического экрана. Энергия равномерно распределена по заполненным битам и эквивалентна массе  $M$ , которая сосредоточена в части пространства, окруженного экраном.

Предположим, что система обладает полной энергией  $E$ . Сделаем теперь простое допущение, что эта энергия равномерно распределена между битами  $N$  (по  $\frac{1}{2}k_B T$  на каждый бит). Тогда можно определить температуру правилом

$$E = \frac{1}{2} N k_B T \quad (3.11)$$

Далее нам потребуется только одно уравнение

$$E = M c^2. \quad (3.12)$$

Здесь  $M$  представляет массу, которая заключена в части пространства, ограниченной нашим сферическим экраном, см. рис. 3. Если даже эта масса непосредственно не видна в возникающем пространстве, на ее присутствие указывает ее энергия.

Остальное ясно: удаляем  $E$  и вставляем выражение для числа битов, определяющих  $T$ . Далее используем постулат (3.6) для изменения энтропии, чтобы определить силу. Окончательно подставляем

$$A = 4\pi R^2$$

и получаем хорошо знакомый закон:

$$F = G \frac{Mm}{R^2}. \quad (3.13)$$

Если частица окажется чуть дальше от экрана, приращение энтропии в общем случае уже не будет задаваться тем же правилом. Предположим, что частица остается на расстоянии радиуса  $R$ , а экран теперь обладает радиусом  $R_0 < R$ . Число бит на экране умножается на множитель  $(R_0/R)^2$ , в то время как температуру следует разделить на этот же множитель, так что сила не изменится. В этой ситуации информация, связанная с частицей, уже больше не концентрируется в малой области, а распространяется по экрану.

### **Инерция и ньютонов потенциал**

Чтобы дополнить вывод законов Ньютона, необходимо понять, что символ ускорения  $a$ , введенный “руками” в уравнение (3.8), отвечает физическому ускорению  $\ddot{x}$ . Действительно, наше обсуждение носило квазистатический характер, и мы еще не определили, как связать пространственные представления для различных моментов времени. Может показаться неочевидным, что температура  $T$  связана с векторной величиной  $a$ , в то время как в наших тождествах градиент энтропии  $\Delta S/\Delta x$  связан со скалярной величиной  $m$ .

Поэтому рассмотрим, что происходит с частицей массы  $m$ , когда она приближается к экрану. Здесь она должна слиться с микроскопическими степенями свободы экрана и, следовательно, должна состоять из тех же самых бит, которые связаны с экраном. Поскольку каждый бит несет энергию  $\frac{1}{2} k_B T$ , их число  $n$  определяется из соотношения

$$mc^2 = \frac{1}{2} n k_B T. \quad (3.14)$$

Когда мы подставляем это в уравнение (3.6) и используем (3.8), мы можем выразить приращение энтропии в терминах ускорения как

$$\frac{\Delta S}{n} = k_B \frac{a \Delta x}{2c^2} \quad (3.15)$$

Комбинируя вышеприведенные уравнения, мы снова приходим к уравнению  $F = ma$  для энтропийной силы. Но, введя число бит  $n$ , связанных с частицей, мы получаем более естественный способ вывода векторных соотношений, а также демонстрируем, что константа  $\hbar$  выпадает из соотношений, как и следовало ожидать.

Итак, мы заключаем, что ускорение связано с градиентом энтропии. Это будет одним из наших главных принципов: инерция является следствием того факта, что покоящаяся частица будет продолжать покоиться, поскольку она не подвергается действию градиентов энтропии. Учитывая этот факт, естественно ввести ньютонов потенциал  $\Phi$  и записать ускорение как градиент

$$a = -\nabla\Phi.$$

Это позволяет нам выразить изменение энтропии в компактной форме

$$\frac{\Delta S}{n} = -k_B \frac{\Delta \Phi}{2c^2} \quad (3.16)$$

Мы, следовательно, приходим к важному выводу: ньютонов потенциал влечет уменьшение энтропии в расчете на один бит. Поэтому естественно отождествить ее с дискретной переменной (coarse graining variable), подобно масштабному параметру (ренормализационной группы) в AdS/CFT. И в самом деле, в следующем разделе мы предлагаем голографический сценарий для возникновения пространства, в котором ньютонов потенциал в точности играет эту роль. Это позволит нам обобщить наше обсуждение на другие распределения масс и произвольные положения естественным и весьма красивым способом, а также привлечь дополнительные аргументы.

#### 4. Возникновение гравитации из общего распределения материи

Пространство возникает на макроскопическом уровне только после дискретизации (coarse graining). Следовательно, с каждой конфигурацией материи будет связана конечная энтропия. Эта энтропия измеряет микроскопическое количество информации, которая является невидимой для макроскопического наблюдателя. В общем случае это количество будет зависеть от распределения материи. Эта информация будет обрабатываться в ходе микроскопической эволюции, которая кажется случайной с макроскопической точки зрения. Но для определения силы нам не нужно знать ни эту информацию в деталях, ни точную эволюцию, а только количество информации, которая дается энтропией, и связанную с ней энергию. Если изменение энтропии описывается функцией положения распределенной материи, то это и приводит к появлению энтропийной силы.

Следовательно, пространство не может возникать само по себе. Оно должно быть чем-то вроде устройства памяти, хранящего количество информации для заданного распределения энергии. Оказывается, что в нерелятивистском случае это устройство представляет собой ньютонов потенциал, а результирующая энтропийная сила именуется тяготением.

Мы отталкиваемся от микроскопической информации. Предполагается, что она хранится на голографических экранах. Заметим, что эта информация обладает естественным свойством включения: при забывании некоторых бит (при огрублении за счет уровня дискретизации) количество информации понижается. Такое огрубление может быть получено в результате усреднения, игнорирования вращения (block spin transformation), интегрирования или любой другой процедуры ренормализационной группы. При каждом шаге происходит дальнейшее огрубление исходных микроскопических данных.

Огрубленные данные хранятся на маленьких экранах, возникающих при "перемещении" исходного экрана внутрь пространства. Информация, удаляемая при огрублении, заменяется возникающей частью пространства между двумя экранами. Так получается ветвящееся описание пространства за счет поверхностей, состоящих из других поверхностей. Другими словами, возникает направление в пространстве, которое соответствует переменной "дискретизации", чему-то вроде параметра обрезания для системы экранов.

Изначально в пространстве нет выделенного голографического направления. Однако оно появляется, когда мы говорим о ньютоновом потенциале. Это — естественная переменная, которая измеряет количество дискретизаций на

экранах. Следовательно, голографическое направление задается градиентом  $\nabla\Phi$  ньютонова потенциала. Другими словами, голографические экраны соответствуют эквипотенциальным поверхностям

Степень дискретизации измеряется отношением  $(-\Phi/2c^2)$ , как следует из (3.16). Заметим, что это безразмерное число, всегда лежащее между нулем и единицей. Оно равно единице только на горизонте черной дыры. Мы интерпретируем это как точку, где все биты имеют максимальную дискретизацию. Таким образом, ветвление естественным образом прекращается на горизонтах черных дыр.

### **Уравнение Пуассона для общего случая распределения материи**

Рассмотрим микроскопическое состояние, которое после дискретизации соответствует заданному распределению масс в пространстве. Все микроскопические состояния, которые ведут к такому же распределению масс, дают то же макроскопическое состояние. Энтропия каждого из этих макросостояний определяется числом микроскопических состояний в соответствующем макроскопическом состоянии.

Мы хотим определить гравитационную силу, используя виртуальные перемещения и вычисляя связанные с ними изменения энергии. Таким образом, “остановим” время и сохраним всю материю в фиксированном положении. Следовательно, речь идет о статической плотности материи  $\rho(\vec{r})$ . Наша цель состоит в нахождении силы, с которой распределение материи влияет на ансамбль пробных частиц с массами  $m_i$  и положениями  $\vec{r}_i$ .

Мы выбрали голографический экран  $\mathcal{S}$ , отвечающий некоторой эквипотенциальной поверхности с фиксированным ньютоновым потенциалом  $\Phi_0$ . Мы предполагаем, что полное распределение масс, задаваемое  $\rho(x)$ , содержится внутри объема, окруженного экраном, а все пробные частицы находятся вне этого объема (рис. 5). Чтобы дать объяснение силе, действующей на эти частицы, мы снова должны определить работу, которая производится за счет этой силы, и показать, что она естественным образом может быть представлена как изменение энтропии, умноженной на температуру. Различие по отношению к случаю сферической симметрии состоит в том, что температура экрана не обязательно является постоянной. Действительно, в общем случае ситуация не является равновесной. Тем не менее, локально можно определить температуру и энергию на единицу площади.

Прежде всего, определим температуру. Для этого придвинем пробную частицу экрану и измерим локальное ускорение. Опираясь на наше выведенное обсуждение, определим температуру аналогично (3.8), а именно

$$k_B T = \frac{1}{2\pi} \frac{\hbar \nabla \Phi}{kc}. \quad (4.17)$$

Здесь производная берется в направлении нормали, выходящей из экрана. Заметим, что в этой точке  $\Phi$  вводится как средство описать локальное ускорение, но мы еще не знаем, удовлетворяет ли оно уравнению, связывающему его с распределением масс.

Следующим элементом является плотность бит на экране. Мы снова предположим, что эти биты распределены равномерно, так что (3.10) обобщается до

$$dN = \frac{c^3}{G\hbar} dA. \quad (4.18)$$

Теперь наложим условие, аналогичное условию равнораспределения (3.11). Оно принимает вид интегрального выражения для энергии

$$E = \frac{1}{2} k_B \int_S T dN. \quad (4.19)$$

Интересным упражнением является вывод следствий из этого уравнения. Разумеется, энергия  $E$  снова выражается в терминах полной массы  $M$ , заключенной в оболочке. Подставив наши соотношения в левую часть, получаем хорошо известную теорему Гаусса!

$$M = \frac{1}{4\pi G} \int_S \nabla \Phi \cdot dA. \quad (4.20)$$

Это должно выполняться для произвольных экранов, задаваемых эквипотенциальными поверхностями. Когда элемент массы добавляется в область, окруженную экраном  $S$ , например, сначала за счет приближения к экрану, а затем проникновения сквозь него, масса  $M$  должна измениться соответственно. Это условие в общем случае может выполняться, только если потенциал удовлетворяет уравнению Пуассона

$$\nabla^2 \Phi(\vec{r}) = 4\pi G \rho(\vec{r}). \quad (4.21)$$

Мы заключаем, что естественное отождествление температуры и плотности информации на голографическом экране прямо приводит к законам теории тяготения.

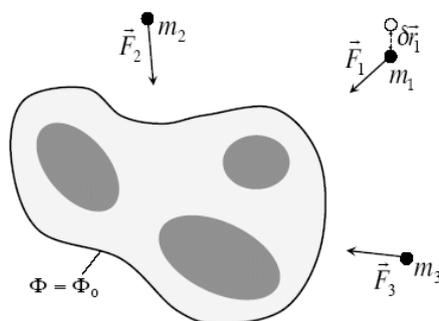


Рисунок 5

### Гравитационная сила для произвольных положений частиц

Следующим пунктом является получение силы, действующей на частицы материи, которая распределена в произвольных точках вне экрана. Для этого нам нужно обобщение первого постулата (3.6) для этой ситуации. Что представляет собой изменение энтропии вследствие произвольных бесконечно малых перемещениях  $\delta\vec{r}_i$  частиц? Здесь имеется только один естественный выбор. Мы хотим найти изменение  $\delta s$  в плотности энтропии локально на экране  $\mathcal{S}$ . Мы отметили в (3.16), что ньютонов потенциал  $\Phi$  сохраняет след изменений информации на единичный бит. Следовательно, правильная идентификация изменения плотности энтропии

$$\delta s = k_B \frac{\delta\Phi}{2c^2} dN \quad (4.22)$$

где  $\delta\Phi$  - отклик ньютонова потенциала на сдвиги  $\delta\vec{r}_i$  положений частиц.  $\delta\Phi$  определяется решением уравнения Пуассона для вариаций

$$\nabla^2 \delta\Phi(\vec{r}) = 4\pi G \sum_i m_i \delta\vec{r}_i \cdot \nabla_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \quad (4.23)$$

Можно проверить, что при таком определении действительно получается сдвиг энтропии (3.6) при приближении частиц к экрану.

Определим теперь энтропийные силы, действующие на частицы. Общая работа, выполняемая этими силами над пробными частицами, определяется первым началом термодинамики. Однако нам требуется выразить ее в терминах вариации локальной температуры и энтропии. Следовательно,

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot \delta\vec{r}_i = \int_{\mathcal{S}} T \delta s \quad (4.24)$$

Чтобы увидеть, что это действительно дает гравитационную силу в наиболее общем случае, следует просто использовать аналогию с электростатикой. Именно, можно перераспределить полную массу  $M$  как поверхностную плотность массы по экрану  $\mathcal{S}$  без изменения сил, действующих на частицы. Вариация ньютонова потенциала может быть найдена с помощью функции Грина для лапласиана. Остальное доказательство прямо вытекает из аналогии с электростатикой, примененной к гравитации. Здесь для доказательства требуется применить соотношение

$$\sum_i \vec{F}_i \cdot \delta\vec{r}_i = \frac{1}{4\pi G} \int_{\mathcal{S}} (\delta\Phi \nabla\Phi - \Phi \nabla\delta\Phi) dA \quad (4.25)$$

которое справедливо при любом положении экрана вне распределения масс. Это легко проверяется с помощью теоремы Стокса и уравнения Лапласа. Второй член исчезает, когда экран выбран в виде эквипотенциальной поверхности. Чтобы это увидеть, просто заменим  $\Phi$  на  $\Phi_0$  и вынесем за знак интеграла. Поскольку  $\delta\Phi$

определяется только частицами вне экрана, остающийся интеграл обращается в нуль.

Силы, которые мы получили, являются независимыми от выбора положения экрана. Мы могли выбрать любую эквипотенциальную поверхность и все равно получить те же значения для  $\vec{F}_i$ , они описываются законами Ньютона. Инвариантность относительно выбора эквипотенциальной поверхности весьма совместима с идеей, что частное положение частицы соответствует произвольному выбору масштаба, который управляет уровнем округления микроскопических данных. Макроскопическая физика, в частности, силы в ней, должны быть независимы от этого выбора.

## 5. Принцип эквивалентности и уравнения Эйнштейна

Поскольку в вышеприведенных рассуждениях фигурирует скорость света, логичным шагом будет распространить их на релятивистский случай. Поэтому допустим, что микроскопическая теория “знает” симметрию Лоренца или даже обладает группой Пуанкаре в качестве глобальной симметрии. Это означает, что мы в рамках единой геометрии рассматриваем сразу и пространство, и время. Весьма естественный сценарий возникновения пространства-времени приводит к общей координатной инвариантности и геометриям с кривизной, поскольку нет ни априорно выделенных систем координат, ни причин для отказа от пространств с кривизной. В частности, хотелось бы увидеть, как общая относительность Эйнштейна появляется в виде следствия аргументов, приведенных выше. Оказывается, это действительно возможно.

Рассмотрим статическое пространство с глобальным времениподобным вектором Киллинга  $\xi^a$ . Чтобы вывести появление инерции и принципа эквивалентности, следует связать выбор этого поля векторов Киллинга с градиентами температуры и энтропии. В частности, мы хотели бы увидеть, что обычное движение частиц по геодезическим может быть понято как результат действия энтропийной силы.

В общей теории относительности<sup>2</sup> естественным обобщением ньютонова потенциала является [11]:

$$\phi = \frac{1}{2} \log(-\xi^a \xi_a). \quad (5.26)$$

Экспонента  $e^\phi$  представляет собой фактор красного смещения, который связывает локальное координатное время (local time coordinate) с системой отсчета, где  $\phi = 0$ , что мы имеем на бесконечности.

В точном соответствии с нерелятивистским случаем, мы хотим использовать  $\phi$  для определения ветвления пространства и ввести наши голографические экраны на поверхностях с постоянным красным смещением. Это естественный выбор, поскольку в данном случае полный экран использует то же самое координатное время. Таким образом, обработка микроскопических данных на

<sup>2</sup> Здесь и далее мы в основном следуем книге Уолда (Wald) по общей теории относительности (с. 288-290). Мы используем обозначения, в которых  $c$  и  $k_B$  приняты равными единице, но сохраняем явные представления для  $G$  и  $\hbar$ .

экране может быть выполнена за счет сигналов, распространяющихся без задержки во времени.

Мы хотим показать, что красное смещение, перпендикулярное экрану, с микроскопической точки зрения может быть понято, как обусловленное градиентами энтропии. Чтобы выявить это, рассмотрим силу, которая действует на частицу с массой  $m$ . При общерелятивистском подходе сила определена менее ясно, поскольку она может быть исключена общим преобразованием координат. Но, используя времениподобный вектор Киллинга, можно сопоставить понятию силы инвариантное значение [11].

Четырехмерные скорость  $u^a$  и ускорение  $a^b \equiv u^a \nabla_a u^b$  частицы могут быть выражены в терминах вектора Киллинга  $\xi^b$  как

$$u^b = e^{-\phi} \xi^b, \quad a^b = e^{-2\phi} \xi^a \nabla_a \xi^b.$$

Мы можем далее переписать последнее уравнение, используя уравнение Киллинга

$$\nabla_a \xi_b + \nabla_b \xi_a = 0$$

и определение  $\phi$ . Можно найти, что ускорение снова может быть представлено просто как градиент

$$a^b = -\nabla^b \phi. \quad (5.27)$$

Отметим, что, в точном соответствии с нерелятивистским случаем, ускорение перпендикулярно экрану  $\mathcal{S}$ . Итак, мы можем выразить его скалярной величиной, умноженной на единичный вектор  $N^b$ , нормальный к экрану  $\mathcal{S}$  и к  $\xi^b$ .

Локальная температура на экране теперь соответствует нерелятивистской аналогии и определена условием

$$T = \frac{\hbar}{2\pi} e^{\phi} N^b \nabla_b \phi. \quad (5.28)$$

Здесь мы вставили фактор красного смещения  $e^{\phi}$ , потому что температура  $T$  измеряется в соответствии системой отсчета на бесконечности.

Для определения силы, действующей на частицу, которая расположена очень близко к экрану, мы вначале снова используем тот же постулат, что и в разделе 2. Именно, мы предположим, что изменение энтропии на экране равно  $2\pi$  для перемещения на одну комптоновскую длину волны нормально к экрану. Следовательно,

$$\nabla_a S = -2\pi \frac{m}{\hbar} N_a, \quad (5.29)$$

где знак минус обусловлен тем фактом, что энтропия увеличивается, когда мы пересекаем оболочку, двигаясь снаружи внутрь. Энтропийная сила теперь следует из (5.28)

$$F_a = T \nabla_a S = -m e^\phi \nabla_a \phi \quad (5.30)$$

Это действительно правильное выражение для гравитационной силы, которая требуется, чтобы сохранить частицу в фиксированном положении рядом с экраном, и измеряется в системе отсчета на бесконечности. Это релятивистский аналог закона инерции Ньютона  $F = ma$ . Дополнительный множитель  $e^\phi$  связан с красным смещением. Заметим, что  $\hbar$  снова выпадает из результата.

Здесь важно, что красное смещение должно рассматриваться как следствие градиента температуры. В то же время принцип эквивалентности говорит нам, что красное смещение может интерпретироваться в возникающем пространстве-времени либо как следствие гравитационного поля, либо как следствие описания в ускоренной системе отсчета.

Далее автор исходит из соотношений

$$dN = \frac{dA}{G\hbar} \quad (5.32)$$

$$M = \frac{1}{2} \int_S T dN \quad (5.33)$$

$$M = \frac{1}{4\pi G} \int_S e^\phi \nabla \phi \cdot dA \quad (5.34)$$

где последнее выражение является общерелятивистским обобщением теоремы Гаусса. После этого в ходе короткой цепочки преобразований выводятся уравнения Эйнштейна.

## 6. Выводы и обсуждение

Идеи и результаты, приведенные в данной статье, порождают много вопросов.

### ***Конец гравитации как фундаментальной силы***

Гравитация содержит много указаний на то, что она является независимым феноменом, вплоть до наших дней она все еще представляется фундаментальной силой. Это роднит ее с известными независимыми феноменологическими направлениями физики, такими, как термодинамика и гидродинамика, что рассматривалось, как правило, всего лишь в качестве аналогии. Настало время говорить не об аналогии, но об истинном сходстве, отказавшись рассматривать гравитацию в качестве фундаментальной силы.

Результаты настоящей статьи говорят о том, что гравитация появляется в качестве энтропийной силы, при этом возникают пространство и время как таковые. Это может иметь важные последствия, в частности – для космологии. Например, если красное смещение возникает вследствие градиентов энтропии, то это может привести к новым подходам.

Многие авторы писали о том, что гравитация имеет энтропийное или термодинамическое происхождение, см., например, [14]. Но мы добавляем к этому новый элемент. Вместо того, чтобы сфокусироваться лишь на уравнениях

гравитационного поля, мы выяснили, в чем состоит природа силы и инерции в контексте возникающего пространства. Мы отжествили причину, механизм тяготения. Оно определяется разницей энтропии, определенной тем или иным способом, и, как следствие, статистически осредненной эволюцией на микроскопическом уровне. Причина, по которой гравитация должна хранить отпечаток как энергии, так и разности энтропии, теперь становится понятной. Она должна делать это, потому что именно в этом состоит причина движения!

### ***Переосмысление понятия горизонта черной дыры***

Первые трещины в понимании фундаментальной природы гравитации появились, когда Бекенштейн, Хокинг и другие открыли законы термодинамики черных дыр. Действительно, мысленный эксперимент, описанный в разделе 3, который привел Бекенштейна к его закону энтропии, оказался неожиданно похожим на задачу о поведении полимера. Черная дыра служит своего рода тепловым резервуаром, в то время как частица может мыслиться в качестве конечной точки полимера, который постепенно возвращается в равновесное положение.

Разумеется, в гравитационных системах нет полимеров, и там не возникают прямые контакты между частицей и черной дырой. Но мы игнорируем тот факт, что возникает некоторое измерение. При голографическом описании того же процесса частицу можно представлять себе погруженной в тепловой резервуар, представляющий черную дыру.

При углубленном анализе обоснование Бекенштейна может быть использовано, чтобы показать, что гравитация становится энтропийной силой вблизи горизонта, и что уравнения из раздела 3 в точности выполняются. Он аргументировал, что можно выбрать положение, слегка удаленное от горизонта черной дыры на расстояние порядка комптоновской длины волны, где мы утверждаем, что частица и черная дыра образуют одну систему. Скажем, что это местоположение соответствует выбору голографического экрана. Однако, точное местоположение этого экрана может не быть важным, поскольку не существует естественного выделенного расстояния, которое кто-либо мог бы выбрать. Следовательно, уравнения не должны зависеть от небольших вариаций этого расстояния.

Передвигая частицу немного далее, мы изменяем ее энергию на небольшую величину, равную работе, которую выполняет гравитационная сила. Если затем дать частице упасть на черную дыру, масса  $M$  возрастет на ту же самую дополнительную величину. Соответственно законам термодинамики черных дыр необходимо, чтобы дополнительное изменение энтропии Бекенштейна-Хокинга, умноженное на температуру Хокинга  $T_H$ , было точно равно работе, выполненной за счет гравитации. Следовательно,

$$F_{gravity} = T_H \frac{\partial S_{BH}}{\partial x}. \quad (6.40)$$

Производная энтропии определена как реакция  $S_{BH}$  на изменение расстояния  $x$  между частицей и горизонтом. Этот факт хорошо известен и, вероятно, рассматривается как проверка совместности. Но сделаем еще пару шагов дальше.

Предположим, что мы отодвигаем экран еще дальше от горизонта. Вся аргументация остается в силе, но мы также можем игнорировать тот факт, что экран был передвинут, и опустить частицу на прежнее местоположение экрана,

ближе к горизонту. Этот процесс может осуществляться в части пространства вне нового положения экрана, и, следовательно, он допускает голографическое истолкование экрана. В этой системе существует сила в перпендикулярном направлении, которая не имеет микроскопического характера и не характеризуется ускорением. Координата  $x$  в направлении, перпендикулярном экрану, является просто некоторой скалярной переменной, ассоциированной с голографическим образом частицы. Ее интерпретация в качестве координаты является результатом вывода: она обозначает возникающее пространство.

Масса определена в терминах энергии, связанной с голографическим образом частицы, которая предположительно близка к термически равновесному состоянию. Однако оно не является в точности равновесным, поскольку частица еще не достигла горизонта дыры. Мы “оттолкнули” ее от равновесного состояния, как это имело место с полимером. Может возникнуть вопрос: что является причиной изменения энергии, которая голографически дуальна работе, выполненной при возникновении пространства, когда мы постепенно опускаем частицу к старому положению экрана вне его нового местоположения. Разумеется, не что иное, как энтропийный эффект, сила просто возникает как следствие процесса установления теплового равновесия. Мы должны заключить, что имеется только макроскопическое объяснение действия возникающей силы. Действительно, правила соответствия между масштабной переменной и энергией с одной стороны и возникающей координатой  $x$  и массой  $m$  с другой стороны должны быть такими, что  $F = T\nabla S$  представляет собой гравитационную силу. Ясно, что на самом деле это работает и что уравнения для изменений температуры и энтропии в точности таковы, как это описано в разделе 3.

Горизонт – это только особое положение для наблюдателей, которые остаются вне черной дыры. Черная дыра может быть произвольно велика, а гравитационная сила на ее горизонте – произвольно слабой. Следовательно, этот мысленный эксперимент говорит нам не о черных дырах. Он говорит нам о природе пространства-времени и гравитации. Или, более точно, о происхождении инерции. Мы можем осуществить тот же самый мысленный эксперимент с горизонтом Риндлера и прийти к тому же заключению. В этом случае правила соответствия должны быть такими, чтобы соотношение  $F = T\nabla S$  представляло собой силу инерции  $F = ma$ . Снова мы получаем ту же формулу, что и в разделе 3.

### **Финальные замечания**

Все это ставит перед нами тонкие и не вполне понятые проблемы. Именно, роль  $\hbar$ . Предшествующая аргументация сделала ясным, что вблизи горизонта уравнения оказываются справедливыми при отождествлении  $\hbar$  с постоянной Планка. Однако мы не обладаем прямым доказательством, что то же справедливо при удалении от горизонта, или когда горизонт вообще отсутствует. Действительно, есть основания думать, что там уравнения работают немного иначе. Во-первых, состояние не является в точности равновесным. Горизонты же обладают хорошо определенной температурой и соответственно находятся в состоянии теплового равновесия. Если предполагается, что экран, отвечающий эквипотенциальной поверхности с  $\Phi = \Phi_0$ , находится в равновесном состоянии, то энтропия, соответствующая температуре  $U_{\text{нру}}$  (3.8), дается формулой Бекенштейна-Хокинга, включая множитель  $\frac{1}{4}$ :

$$S = \frac{c^3}{4G\hbar} \int_S dA. \quad (6.41)$$

Такое значение для энтропии кажется очень высоким и нарушает предел Бекенштейна [15], в соответствии с которым система, содержащая область с радиусом  $R$  и полной энергией  $E$ , не может иметь энтропию больше, чем  $ER$ . Источником такого несоответствия может быть несправедливость аргументации Бекенштейна для голографических степеней свободы на экране или тот факт, что мы находимся далеко от состояния равновесия.

Но могут быть и другие возможности для согласования этих утверждений, например, за счет использования свободы перемасштабирования значения  $\hbar$ . Это может не повлиять на конечный результат для силы, а также на вывод о ее энтропийной природе. Действительно, можно даже умножить  $\hbar$  на некоторую функцию  $f(\Phi_0)$  ньютонова потенциала на экране. Это перемасштабирование может повлиять на значения энтропии и температуры в противоположных направлениях:  $T$  умножается на некоторый множитель, в то время как  $S$  следует разделить на него. Поскольку мы не можем заранее исключить такую возможность, то это должно быть понято. На самом деле возможны даже и другие модификации, типа описания с использованием взвешенного усреднения по многим экранам с различными температурами. Даже тогда суть наших выводов не изменится, откуда следует, что силы гравитации и инерции имеют энтропийную природу.

Приводит ли такая точка зрения к каким-либо предсказаниям? Статистическое усреднение дает нам обычные законы, следовательно, необходимо исследовать флуктуации силы тяготения. Их размер зависит от эффективной температуры, которая может не быть универсальной и зависит от эффективного значения  $\hbar$ . Интересная мысль состоит в том, что флуктуации могут оказаться более заметными для слабых гравитационных полей между небольшими материальными телами. Но, очевидно, для эффективного предсказания нам потребуется более глубокое понимание теории.

Хорошо известно, что Ньютона сильно критиковали современники, особенно Гук, за то, что его закон тяготения действует на расстоянии и не имеет непосредственной механической причины, подобно силе упругости. По иронии судьбы, это в точности та самая причина, по которой сила упругости Гука сегодня не рассматривается в качестве фундаментальной, в то время как сила тяготения Ньютона сохраняла этот статус в течений более чем трех столетий. Чего не знал Ньютон, и, тем более, чего не знал Гук, так это того, что Вселенная является голографической. Голографическая концепция, разумеется, тоже является гипотезой, и может оказаться таким же абсурдом, как и действие на расстоянии.

Одним из главных моментов данной статьи является то, что голографическая гипотеза предлагает естественный механизм для возникновения гравитации. Она разрешает прямые "контактные" взаимодействия между степенями свободы, ассоциированные с двумя различными материальными телами, поскольку все тела внутри некоторого объема могут быть отображены на одном и том же голографическом экране. Если это так, то механизмы тяготения Ньютона и упругости Гука оказываются неожиданно сходными. Мы подозреваем, что каждый из названных соперников не обрадовался бы этому выводу.

## Благодарности

Работа частично была поддержана Stichting FOM. Я хочу поблагодарить J. de Boer, B. Chowdhuri, R. Dijkgraaf, P. McFadden, G. 't Hooft, B. Nienhuis, J.-P. van der Schaar и особенно M. Shigemori, K. Papadodimas и H. Verlinde за обсуждение и замечания.

## Ссылки

- [1] J. D. Bekenstein, "Black holes and entropy," *Phys. Rev. D* 7, 2333 (1973).
- [2] J. M. Bardeen, B. Carter and S. W. Hawking, "The Four laws of black hole mechanics," *Commun. Math. Phys.* 31, 161 (1973).
- [3] S. W. Hawking, "Particle Creation By Black Holes," *Commun. Math. Phys.* 43, 199-220, (1975)
- [4] P. C. W. Davies, "Scalar particle production in Schwarzschild and Rindler metrics," *J. Phys. A* 8, 609 (1975)
- [5] W. G. Unruh, "Notes on black hole evaporation," *Phys. Rev. D* 14, 870 (1976).
- [6] T. Damour, "Surface effects in black hole physics, in *Proceedings of the Second Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*", Ed. R. Rufini, North Holland, p. 587, 1982
- [7] T. Jacobson, "Thermodynamics of space-time: The Einstein equation of state," *Phys. Rev. Lett.* 75, 1260 (1995)
- [8] G. 't Hooft, "Dimensional reduction in quantum gravity," [arXiv:gr-qc/9310026](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9310026).
- [9] L. Susskind, "The World As A Hologram," *J. Math. Phys.* 36, 6377 (1995) [[arXiv:hep-th/9409089](https://arxiv.org/abs/hep-th/9409089)].
- [10] J. M. Maldacena, "The large N limit of superconformal field theories and supergravity," *Adv. Theor. Math. Phys.* 2, 231 (1998) [*Int. J. Theor. Phys.* 38, 1113 (1999)]
- [11] R. M. Wald, "General Relativity," The University of Chicago Press, 1984
- [12] R. M. Wald, "Black hole entropy is the Noether charge," *Phys. Rev. D* 48, 3427 (1993) [[arXiv:gr-qc/9307038](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9307038)].
- [13] L. Susskind, "The anthropic landscape of string theory," [arXiv:hep-th/0302219](https://arxiv.org/abs/hep-th/0302219).
- [14] T. Padmanabhan, "Thermodynamical Aspects of Gravity: New insights," [arXiv:0911.5004](https://arxiv.org/abs/0911.5004) [gr-qc], and references therein.
- [15] J. D. Bekenstein, "A Universal Upper Bound On The Entropy To Energy Ratio For Bounded Systems," *Phys. Rev. D* 23 (1981) 287.