Скрытая геометрия электромагнетизма

Я. Хадад и др. (США, Израиль)

Перевод М.Х. Шульмана (shulman@dol.ru, www.timeorigin21.narod.ru)

---

arXiv:1503.01150v1 [physics.class-ph] 3 Mar 2015

The hidden geometry of electromagnetism

Y Hadad[1], **E Cohen**[2], **I Kaminer**[3] and **A C Elitzur**[4]

[1] Department of Mathematics, University of Arizona, Tucson, AZ, 85721, USA
[2] School of Physics and Astronomy, Tel Aviv University, Ramat-Aviv, Tel Aviv 6997801, Israel
[3] Department of Physics, Massachusetts Institute of Technology, 77 Massachusetts Avenue, Cambridge, Massachusetts 02139, USA
[4] Iyar, The Israeli Institute for Advanced Research, Rehovot, Israel

E-mail: yaron.hadad@gmail.com

Практически во всех полевых теориях при введении частиц появляются сингулярности. Это верно как для классической, так и для квантовой физики. Сингулярности классического поля являются следствием знаменитой проблемы самодействия, где неизвестно, как меняется динамика частицы, когда эта частица взаимодействует с собственным полем. Сила самодействия активно исследуется в гравитационных феноменах, а также является источником противоречий в классическом электромагнетизме. В данной публикации изучается геометрическая структура, представленная линиями электромагнитного поля, которая обладает потенциалом устранения всех сингулярностей из классической электродинамики. Исследованы предварительные результаты, ведущие к согласованной интерпретации собственных и внешних полей.

1. Введение

Понятие линий поля было введено Майклом Фарадеем в его работе о магнетизме [1]. Фарадей доказывал, что электрические, магнитные и гравитационные силы лучше описываются силовыми линиями поля. С точки зрения Фарадея, поле является не просто математической абстракцией, но реальным физическим объектом.

Сегодня, вопреки новаторской работе Фарадея, линии поля повсеместно используются всего лишь как педагогическое средство для визуализации классических полей, но не как опора для уяснения физической природы полей.

Мы предлагаем восстановить онтологический статус поля в свете открытых проблем физики. Теории классического поля испытывают фундаментальные искажения, когда вводятся частицы. Если наивно интерпретировать частицу, как точечную, то в поле неизбежно возникают сингулярности. Например, уравнения Максвелла предсказывают, что электромагнитное поле будет сингулярным в точке, где расположен точечный электрон. Следовательно, сила, действующая на электрон, должна быть бесконечной вследствие его собственного поля. Это знаменитая *проблема самодействия*.

Проблема самодействия является повсеместной в классических теориях поля. В общей теории относительности (гравитационная) сила самодействия активно изучается как коррекция геодезического движения для достаточно малых тел [2]. В классическом электромагнетизме сила самодействия вводит аналогичные поправки в уравнение для силы Лоренца, одна из которых – это сила радиационного торможения. Эта сила является старейшим предметом обсуждения в физике на протяжении большей части века, с более чем 15 различными моделями, предложенными до сих пор [3 – 18]. На сегодня нет *экспериментальных* причин предпочесть какую-либо из них. Одним из нас были предложены [19] новые эксперименты для проверки радиационного торможения, следуя Labun et al., а также работам других исследователей [20], и есть надежда пролить свет на эту проблему в близком будущем.

Есть много способов попытаться исследовать проблему самодействующих сил в классическом режиме. Одним из подходов является наделение электрона внутренней структурой. Однако такая внутренняя структура не может обеспечивать его стабильность, если не допустить существование дополнительных неизвестных сил [21, 22]. Второй подход состоит в том, чтобы модифицировать уравнения Максвелла, предотвращая в первую очередь возникновение сингулярности. Наиболее известная попытка этого типа – это модель Борна-Инфельда [23], в которой нелинейные эффекты дают верхнюю границу для электромагнитного поля поблизости от точечной частицы. Тем не менее, здесь также нет эмпирического повода для сохранения веры в фактическую нелинейность полевых уравнений.

Можно было бы утверждать, что проблема самодействия лежит вне сферы применимости наших классических уравнений, следовательно, должна использоваться квантовая физика. В данной работе представлены предварительные результаты, их которых вытекает, что и в рамках классической физики силы самодействия могут быть описаны непротиворечивым образом.

Поскольку сила самодействия демонстрирует подобного рода затруднение, не должно казаться неожиданным ее сильная связь с концепцией линий поля. По определению, *пробный* заряд будет ускоряться вдоль линии поля, которая проходит через занимаемую им точку. Однако истинные пробные частицы представляют собой лишь идеализацию. В действительности каждый заряд изменяет конфигурацию линий поля, каким бы малым он ни был (см. рис. 3). Это означает, что *любой (пробный) заряд будет влиять на формирование тех же линий поля, которые он, как ожидается, должен выявлять*. В частности, понятие линии поля является плохо определенным в точке нахождения заряда, и линии поля также следует учитывать при изучении проблемы самодействия.

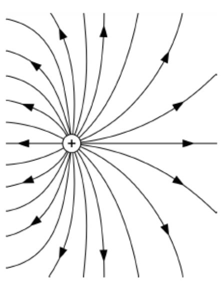

Рисунок 1 (предоставлен BillC, Wikimedia Commons). Линии поля вблизи положительного заряда. По определению, *пробный* заряд будет ускоряться вдоль линии поля, которая проходит через занимаемую им точку. Стрелки указывают направление ускорения положительного пробного заряда.

В настоящей работе утверждается, что парадоксальным образом игнорируемое понятие линий поля дает классическое решение проблемы самодействия. В ранее вышедших работах двое из нас [24, 25] модифицировали точку зрения Фарадея и перевели понятие линий поля из области математической абстракции в область физических реалий. Как и в случае материальных объектов, динамика линий поля зависит от их *механических* свойств. Динамика поля определяется кривизной его линий поля и напряжением, которое эта кривизна индуцирует. Для упрощения мы рассмотрим линии электрического поля в нерелятивистских системах, хотя представленные здесь идеи могут быть обобщены и на другие поля.

2. Кривизна и ускорение

Свободный заряд в (плоском) пустом пространстве может находиться в одном из двух состояний – в состоянии покоя или в состоянии движения с постоянной скоростью. В первом состоянии линии поля вокруг покоящегося заряда изотропны. Во втором состоянии они сгущаются в направлениях, перпендикулярных направлению скорости вследствие сжатия Лоренца.

Рассмотрим далее заряд, изменяющий свое состояние с первого (покой) на второе (прямолинейное движение). Его скорость резко меняется от нуля до $\vec{v} = v_0\hat{x}$, при этом происходит излучение электромагнитных волн. Для достаточно удаленного наблюдателя заряд еще кажется неподвижным, его линии поля еще изотропны вне светового конуса будущего в момент ускорения. Внутри светового конуса заряд уже движется, следовательно, силовые линии сгущаются в направлении, перпендикулярном направлению движению. В силу условия неразрывности силовых линий они частично становятся зигзагообразными, как показано на рис. 2a.

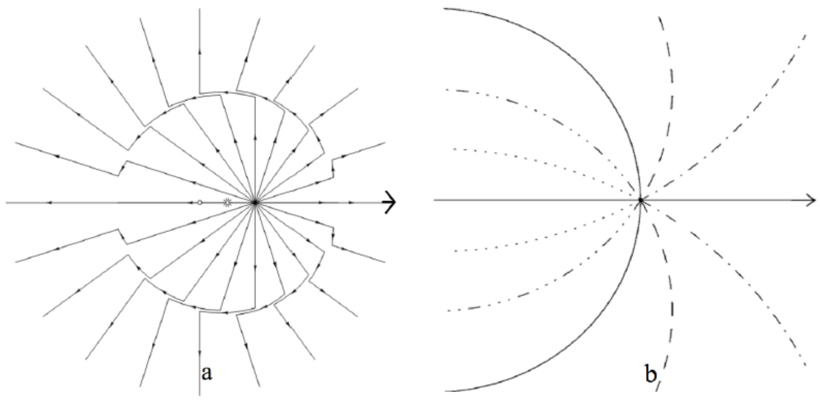

Рисунок 2. (a) силовые линии поля заряда после мгновенного изменения скорости; (b) силовые линии поля заряда при постоянном ускорении. Линии поля искривлены, за исключением тех, которые направлены вдоль вектора ускорения и имеют кривизну нуль

Этот простой анализ может быть расширен для выявления связи между кривизной силовых линий и динамикой заряда. На практике скорость заряда может измениться от нуля до конечной величины не мгновенно, а только постепенно. Рассмотрим, например, скорость, постоянно изменяющуюся от нуля до $\vec{v} = v_0\hat{x}$. На основании той же логики, что и использованная выше, почти все силовые линии должны искривляться, как показано на рис. 2b. Искривляться не должны только две силовые линии, которые направлены вдоль вектора ускорения заряда. Эти линии остаются прямыми, потому что они лежат на оси, симметрия которой обусловливает одинаковое воздействие с двух сторон, выравнивая искривленные линии.

Это приводит нас к следующим выводам:

- Силовые линии вокруг ускоренного заряда искривлены.
- Если заряд ускоряется, то ускорение направлено вдоль силовых линий с нулевой кривизной.

В следующем разделе будет показано, что это наблюдение верно не только в данном конкретном случае, но и в самом общем случае. Таким образом, это следует принимать как постулат, связывающий геометрию силовых линий электрического поля с динамикой зарядов. При воздействии электростатического поля *заряды должны двигаться вдоль силовых линий с нулевой кривизной*.

3. Минимальная (нулевая) кривизна

Начнем с анализа физической системы, включающей заряды, которые движутся в электрическом поле. В целях упрощения предположим, что магнитные поля и иные силы отсутствуют. Нашей целью является изучение геометрических свойств силовых линий электрического поля и их связь с динамикой зарядов.

Силовая линия электрического поля определяется как кривая в пространстве $\mathbb{R}^3$, направление которой совпадает с направлением электрического поля. Иными словами, если $\vec{\gamma}(t,s)$ является силовой линией электрического поля в момент времени t с параметризацией s, то $\vec{\gamma}$ должна удовлетворять уравнению *силовой линии*:

$$\frac{d}{ds}\vec{\gamma}(t,s) = \vec{E}(t,\vec{\gamma}(s)). \tag{1}$$

Кривизна κ кривой $\vec{\gamma}$ в $\mathbb{R}^3$ дается хорошо известной формулой дифференциальной геометрии:

$$\kappa = \frac{|\vec{\gamma}' \times \vec{\gamma}''|}{|\vec{\gamma}'|^3}, \tag{2}$$

где штрихи обозначают дифференцирование по параметру s. Должно быть ясно, что обе функции κ и $\vec{\gamma}$ зависят от времени t и параметра s, но для простоты эти аргументы могут опускаться.

Подставляя (2) в (1), находим кривизну $\kappa(t,\vec{x})$ конкретной силовой линии, которая проходит через точку $\vec{x}$ в момент времени t

$$\kappa(t,\vec{x}) = \frac{|\vec{E} \times (\vec{E}\cdot\nabla)\vec{E}|}{|\vec{E}|^3} \tag{3}$$

где электрическое поле $\vec{E}$ взято для точки $\vec{x}$ в момент времени t.

Чтобы подтвердить справедливость нашего наблюдения из предшествующего раздела, нам необходимо оценить кривизну вблизи положения $\vec{x_0}(t)$ заряда. В классической теории электромагнетизма принято опускать самодействующие поля зарядов, чтобы исключить проблему сил самодействия, которая приводит к пресловутым сингулярностям и проблеме радиационного торможения [21]. Но здесь ситуация фундаментально иная. *Когда работают с геометрией силовых линий, для полученичения адекватных результатов* *следует включать самодействующие поля заряда*. Иными словами, мы должны учитывать все электрическое поле целиком:

$$\vec{E} = \vec{E}_{\rm self} + \vec{E}_{\rm ext}. \tag{4}$$

Подставляя уравнение (4) в соотношение для кривизны (2), находим

$$\kappa(t,\vec{x}) = \frac{|(\vec{E}_{\rm self} + \vec{E}_{\rm ext}) \times ((\vec{E}_{\rm self} + \vec{E}_{\rm ext}) \cdot \nabla)(\vec{E}_{\rm self} + \vec{E}_{\rm ext})|}{|\vec{E}_{\rm self} + \vec{E}_{\rm ext}|^3}. \tag{5}$$

Закон Кулона показывает, что в непосредственной близости от заряда самодействие больше по амплитуде, чем действие внешнего поля, тогда как вдали от заряда, наоборот, вклад внешнего поля больше. Это значит, что в ближайшем соседстве с зарядом доминирующую роль в последнем уравнении играет $\vec{E}_{\rm self}$. Следовательно, мы можем разложить кривизну κ около положения заряда $\vec{x}_0(t)$, полагая самодействие доминирующим членом.

В нулевом приближении кривизна определяется одним только самодействием, поэтому имеем:

$$\kappa(t,\vec{x}) \approx \frac{|\vec{E}_{\rm self} \times (\vec{E}_{\rm self} \cdot \nabla)\vec{E}_{\rm self}|}{|\vec{E}_{\rm self}|^3}. \tag{6}$$

В силу закона Кулона линии поля компоненты самодействия являются прямыми. Следовательно, этот член исчезает для всех $\vec{x} \neq \vec{x}_0(t)$, и следует рассмотреть следующее приближение в разложении возмущения. Следующий порядок возмущения дает первый ненулевой вклад в кривизну, и он равен

$$\kappa(t,\vec{x}) = \frac{|\vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3|}{|\vec{E}_{\rm self}|^3}, \tag{7}$$

где

$$\vec{k}_1 = \vec{E}_{\rm ext} \times (\vec{E}_{\rm self} \cdot \nabla)\vec{E}_{\rm self}, \tag{8}$$

$$\vec{k}_2 = \vec{E}_{\rm self} \times (\vec{E}_{\rm ext} \cdot \nabla)\vec{E}_{\rm self}, \tag{9}$$

$$\vec{k}_3 = \vec{E}_{\rm self} \times (\vec{E}_{\rm self} \cdot \nabla)\vec{E}_{\rm ext}. \tag{10}$$

Заметим, что в каждый из членов $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$ и $\vec{k}_3$ по два раза входит поле самодействия и по одному разу – внешнее поле.

Предположим, что мы находимся в мгновенной системе отсчета заряда. В этой системе отсчета закон Кулона выполняется, и поле самодействия равно

$$\vec{E}_{\rm self}(t,\vec{x}) = q\frac{\vec{x}_0(t) - \vec{x}}{|\vec{x}_0(t) - \vec{x})|^3}. \tag{11}$$

Подставляя этот результат в уравнения (8, 9), получаем:

$$\vec{k}_1(t,\vec{x}) = \frac{2q^2}{|\vec{x}_0(t)-\vec{x}|}\vec{E}_{\text{ext}}(t,\vec{x}) \times (\vec{x}_0(t)-\vec{x}), \tag{12}$$

$$\vec{k}_2(t,\vec{x}) = \frac{q^2}{|\vec{x}_0(t)-\vec{x}|}\vec{E}_{\text{ext}}(t,\vec{x}) \times (\vec{x}_0(t)-\vec{x}). \tag{13}$$

Аналогичным образом, уравнение (10) показывает, что $\vec{k}_3$ меньше по амплитуде $(1/r^4)$, чем $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ $(1/r^5)$, вследствие вхождения производной внешнего поля в уравнение (10). Следовательно, член $\vec{k}_3$ может быть опущен.

Вышеприведенное вычисление показывает, что

$$\kappa(t,\vec{x}) \approx \frac{3}{q}|\vec{E}_{\text{ext}}(t,\vec{x}) \times (\vec{x}_0(t)-\vec{x})| \tag{14}$$

рядом с зарядом и в его системе покоя. Что замечательно, мы видим, что любая прямая зависимость от поля самодействия заряда действительно исчезает. В окрестности заряда кривизна силовых линий электрического поля самодействия зависит от внешнего поля (равно как и вектор $\Delta\vec{x} = \vec{x}_0(t) - \vec{x}$). Это имеет глубокие последствия, как показывает уравнение (14): кривизна силовых линий электрического поля в окрестности заряда регулярна. Такой результат справедлив для всех электрических зарядов и, следовательно, показывает, что кривизна силовых линий электрического поля всегда регулярна. Иными словами, даже *для точечных заряженных частиц кривизна является всегда хорошо определенным параметром*.

Уравнение (14) порождает некоторые непосредственные результаты. Во-первых, в предельном случае $q \to \infty$ имеем $\kappa \to 0$. Это не является неожиданность, поскольку в этом случае движение определяется полем самодействия, и силовые линии являются прямыми.

Второй предельный случай $q \to 0$ по этой формуле приводит к сингулярности. В этом случае уравнение (14) больше не является верным, поскольку не верны допущения, исходя из которых выполнялось дифференцирование. Это обусловлено допущением $q \neq 0$ при выполнении разложения по порядкам возмущения, но в данном случае уравнение неверно, поскольку внешнее поле доминирует над полем самодействия, и относительные порядки $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$ и $\vec{k}_3$ изменяются. Далее, относительные магнитуды E_{ext} и q порождают естественную размерность длины (включая радиус кривизны), которая разделяет “ближнюю” и “дальнюю” зоны.

В последнем разделе мы видели, что заряд ускоряется в направлении силовых линий с нулевой кривизной. Теперь мы готовы доказать, что это – универсальный феномен. Пусть Δt – бесконечно малый интервал времени. Оценим кривизну поля заряда в следующий момент

$$\vec{x} = \vec{x}_0(t+\Delta t). \tag{15}$$

Для малого Δt имеем

$$\vec{x}_0(t+\Delta t) - \vec{x}_0(t) \approx \vec{v}_0(t)\Delta t + \frac{1}{2}\vec{a}_0(t)(\Delta t)^2. \tag{16}$$

Формула для кривизны (2) была выведена в мгновенной системе покоя заряда, в которой $\vec{v}_0 = \vec{0}$. Кривизна (2) в точке местоположения заряда в момент времени $t + \Delta t$ может быть оценена с помощью уравнения (16) (где $\vec{v}_0(t) = \vec{0}$), что дает:

$$\begin{aligned} \kappa(t, \vec{x}_0(t+\Delta t)) &\approx \frac{3}{q} |\vec{E}_{\text{ext}}(t, \vec{x}) \times (\vec{x}_0(t) - \vec{x}_0(t+\Delta t))| \\ &\approx \frac{3(\Delta t)^2}{2q} |\vec{E}_{\text{ext}}(t, \vec{x}_0(t+\Delta t)) \times \vec{a}_0(t)|. \end{aligned} \tag{17}$$

Это означает, что $\kappa(t, \vec{x}_0(t+\Delta t)) = 0$ если и только если ускорение параллельно внешнему полю. *Заряд всегда будет ускоряться в направлении силовой линии с нулевой кривизной*.

Наиболее замечательным результатом, который следует из уравнения кривизны (2), является то, что кривизна электрического поля регулярна вблизи точечных зарядов. Это является неожиданным, поскольку большинство электромагнитных величин вблизи точечных зарядов сингулярны [26]. Этот предварительный результат указывает на возможность работы с точечными частицами без применения техники перенормировок, которая обычно используется в литературе [27].

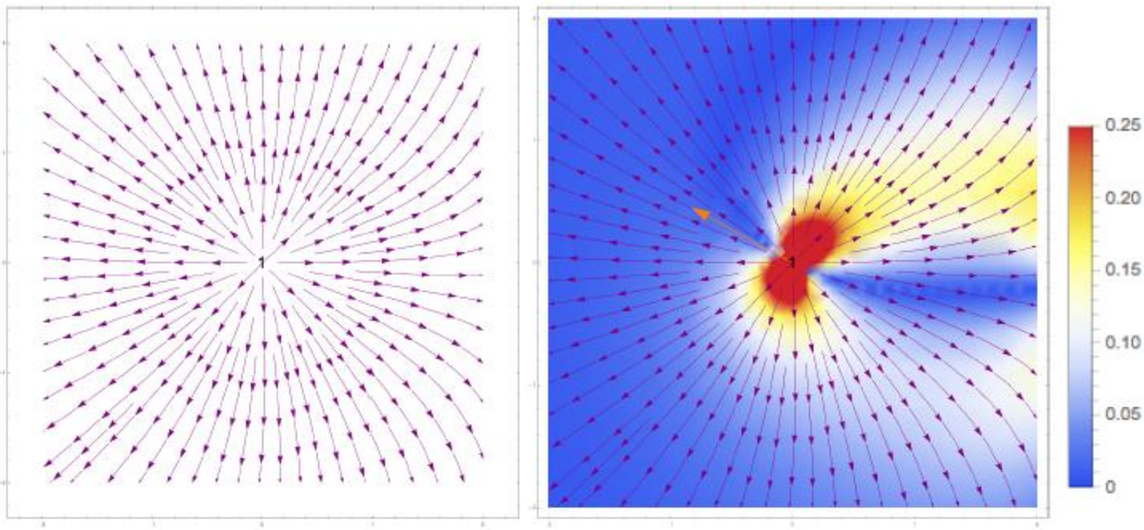

Рисунок 3. (a) Силовые линии поля вокруг положительного заряда. В непосредственной близости от заряда силовые линии по большей части определены полем самодействия, тогда как вдали силовые линии доминированы влиянием внешнего поля. (b) Каждая силовая линия является кривой в пространстве $\mathbb{R}^3$, и на рисунке цветом каждой точки показана величина кривизны силовой линии. Синий цвет указываетобласти, где кривизна отсутствует, и очевидно, что вектор ускорения заряда (оранжевая стрелка) показывает направление нулевой кривизны.

4. Максимальная кривизна

Ускорение заряда – это векторная величина. По определению, ускорение однозначно определяется направлением и величиной. В последнем разделе мы видели, что геометрические свойства (т.е. кривизна) силовых линий как раз и определяют направление и величину ускорения.

Рассмотрим снова рис. 2a. Чем больше разность между начальной и конечной скоростями, тем больший излом силовых линий возникает на поверхности светового конуса. Из этого следует, что должно существовать соотношение между величиной ускорения заряда и кривизной силовых линий вблизи от ускоренного заряда. Иными словами, по мере возрастания ускорения возрастает искривление силовых линий в окрестности заряда (см. 2b).

Существуют некоторые подходы, направленные на измерение полной кривизны силовых линий возле заряда. Здесь представлен лишь один из них, необязательно самый естественный или самый общий. Он рассмотрен лишь в качестве учебного примера, показывающего, *что силовые линии содержат всю необходимую информацию о динамике заряда*.

В последнем разделе было показано, что кривизна κ силовых линий в окрестности заряда определяет направление вектора ускорения заряда. Для этого мы потребовали, чтобы заряд ускорялся вдоль вектора *с нулевой кривизной*. Очевидно, что линии с нулевой кривизной не могут определять величину вектора ускорения. Поскольку кривизна электромагнитного поля всегда неотрицательна, условие нулевой кривизны выделяет *минимальную* кривизну в окрестности заряда. Естественный противоположный способ определения величины ускорения состоит в использовании *максимальной* кривизны в окрестности заряда.

Кривизна электромагнитного поля в точке $\vec{x}$ была вычислена в уравнении (14) и может быть представлена в виде

$$\kappa(t,\vec{x}) \approx \frac{3}{q}|\vec{E}_{\text{ext}}(t,\vec{x})||(\vec{x}_0(t)-\vec{x})||\sin\theta|, \tag{18}$$

где θ – угол между силовой линией в точке $\vec{x}$ и вектором $\vec{x}_0(t)-\vec{x}$. Предположим, что радиус сферы достаточно мал, так что электрическое поле варьируется всего лишь внутри этой сферы

$$\vec{E}_{\text{ext}}(t,\vec{x}) \approx \vec{E}_{\text{ext}}(t,\vec{x}_0). \tag{19}$$

При таком предположении уравнение (18) показывает, что максимальная кривизна в сфере радиуса r вблизи $x_0(t)$ достигнута при угле $\theta = \pi/2$, соответствующем направлению, перпендикулярному к вектору усорения, и дается выражением

$$\max_{|\vec{x}-\vec{x}_0(t)|\le r} \kappa = \frac{3}{q}|\vec{E}_{\text{ext}}(t,\vec{x}_0)|r. \tag{20}$$

Уравнение (20) показывает, что максимальная кривизна пропорциональна величине полного электрического поля. Хорошо известно, что в отсутствие других сил полное электрическое поле пропорционально величине ускорения заряда.

Следовательно, мы заключаем, что *заряд ускоряется в направлении нулевой кривизны силовых линий, причем величина ускорения пропорциональна максимальной кривизне силовой линии*. Коэффициент пропорциональности может быть установлен на основе анализа размерностей. Размерность кривизны обратна к размерности длины. Чтобы получить размерность ускорения, нужно умножить кривизну κ с размерностью квадрата скорости, и вполне естественно положить ее равной c^2 (т.е. квадрату скорости света в вакууме).

Не хватает только переменной для определения r в уравнении (20). Любой результат применения предложенного метода должен быть совместимым с силой Лоренца в отсутствие магнитных полей:

$$m\vec{a} = q\vec{E}. \tag{21}$$

Теперь легко видеть, что подстановка величины

$$r = \frac{1}{3}\frac{q^2}{mc^2} \tag{22}$$

в уравнение (20) дает ожидаемые результаты (21) в главном порядке. Интересно, что в случае электрона мы в уравнении (22) получаем радиус

$$r = \frac{1}{3}r_e, \tag{23}$$

где

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} = 2.8179403267(27) \times 10^{-13}\,\mathrm{cm} \tag{24}$$

есть классический радиус электрона. Здесь e и m_e - электрический заряд и масса электрона соответственно.

5. Выводы

Понятие силовых линий широко обсуждается в учебниках в качестве средства для визуализации полей. В данной работе мы предлагаем иную точку зрения. Это не просто средство визуализации, силовые линии могут причинно определять динамику движущих частиц. Указанный постулат был доказан для электрических полей, а также было показано, что силовые линии электрического поля определяют динамику электрических зарядов. Кривизна силовых линий в пространстве $\mathbb{R}^3$ содержит всю информацию об ускорении электрических зарядов под действием электростатической силы.

Мы изучили движение электрического заряда q под действием сразу двух компонент – поля самодействия $\vec{E}_{\mathrm{self}}$ и внешнего электрического поля $\vec{E}_{\mathrm{ext}}$. Кривизна силовых линий всегда вычислялась с учетом полного электрического поля $\vec{E} = \vec{E}_{\mathrm{self}} + \vec{E}_{\mathrm{ext}}$. Было показано, что ускорение электрического заряда направлено вдоль силовых линий направлено вдоль силовых линий с минимальной (нулевой) кривизной, а его величина силовой линии с максимальной кривизной. В явном виде:

$$\hat{a} = \text{направление } \min(\kappa) = \hat{E} \tag{25}$$

и

$$|\vec{a}| = c^2 \max(\kappa) = \frac{q}{m}|\vec{E}_{\mathrm{ext}}(t, \vec{x}_0)| \tag{26}$$

где c – скорость света, m – масса заряда, $\vec{x}_0$ – его положение, и минимальная и максимальная кривизна вычислены для сферы радиуса, определяемого уравнением (22). Для электронов этот радиус равен одной третьей классического радиуса электрона.

Наиболее неожиданным результатом этого анализа стало то, что, хотя мы изучали кривизну полного электрического поля $\vec{E}$, самодействие не порождает сингулярностей полной кривизны. Это видно из уравнения (14), которое зависит только от внешнего поля $\vec{E}_{\rm ext}$. Такой результат справедлив независимо от структуры электрического заряда и продолжает оставаться верным для точечных зарядов. Отсюда вытекает, что формализм, изучавшийся здесь, дает возможность непротиворечивой интерпретации точечных частиц без перенормировок. Поскольку сингулярности поля составляют его неотъемлемую часть в полевых теориях, которые содержат частицы, то такой анализ представляет собой обещающее направление исследований с целью вообще исключить сингулярности из теории поля.

Представленные здесь результаты пока являются предварительными, ставя много интересных вопросов:

- Как вышеописанный механизм может быть развит для интерпретации полей, отличающихся от электрического поля? Наиболее естественный следующий шаг должен состоять в изучении магнитного поля. Если этот шаг будет успешным, то естественный очередной шаг должен состоять в переходе к гравитационному полю.
- Как эти результаты могут быть выведены в пространстве-времени Минковского с использованием 4-вектора кривизны общего электромагнитного поля? Результаты, полученные здесь, в действительности пригодны для специальной теории относительности, и их робастная релятивистская формулировка может быть очень перспективной.
- Могут ли силовые линии поля быть использованы для получения принципа действия в классической электродинамике, которая трактует поля самодействия таким же образом, что и внешние поля, без кажущихся сингулярностей?
- Что можно в этой связи сказать о квантовых полях?

Важно напомнить, что в данной работе мы аппроксимировали максимальную кривизну в уравнении (20) для вывода силы Лоренца (21). Ожидается лишь, что полное не аппроксимированное выражение будет включать поправочные члены. Мы надеемся, что эти поправочные члены прольют свет на проблему радиационного торможения, которая в классической электродинамике остается открытой.

Благодарности. Мы благодарим Ofek Birnholtz, Paz Beniamini, Michael Bialy, Doron Grossman и Larry Horwitz за весьма полезные комментарии и обсуждение. E.C. получил частичную поддержку от Israel Science Foundation Grant No. 1311/14. I.K. получил поддержку за счет Marie Curie Grant No. 328853-MC-BSiCS.

Ссылки

[1] Faraday M 1846 Philos. Mag. 28 345
[2] Barack L 2014 Fund. Theor. 177 147
[3] Dirac P A M 1938 Proc. R. Soc. Lon. Ser. A 167 148
[4] Eliezer C 1948, Proc. R. Soc. Lon. Ser. A 194 543

[5] Landau L D and Lifshitz E M 1975 The Classical Theory of Fields (Oxford: Elsevier)
[6] Prigogine I and Henin F 1962 Physica 28 667
[7] Prigogine I and Henin F 1963 Physica 29 286
[8] Nodvik J S 1964 Ann. Phys. 28 225
[9] Teitelboim C 1971 Phys. Rev. D 4 45
[10] Mo T C and Papas C H 1971 Phys. Rev. D 4 3566
[11] Gonzalez-Gascon F 1976 Nuovo Ciemnt. B 11 333
[12] Petzold J and Sorg M 1977 Z. Phys. A 283 207
[13] Caldirola A 1979 Riv. Nuovo Cimento 2 1
[14] Ford G W and R F O'Connell 1991 Phys. Lett. A 157 217
[15] Yaghjian A D 1992 Relativistic Dynamics of a Charged Sphere (Berlin: Springer-Verlag)
[16] Sokolov I V, Naumova N M, Nees J A, Mourou G A and Yanovsky V P 2009 Phys. Plasmas 16 093115
[17] Hammond R T 2010 Elect. J. Theor. Phys. 6 221
[18] de Oca A C M and Castineiras J 2013 On radiation reaction and the Abraham-Lorentz-Dirac equation Preprint arXiv:1304.2203
[19] Hadad Y, Labun L Rafelski J, Elkina N, Klier C and Ruhl H 2010 Phys. Rev. D 82 096012
[20] Di Piazza A, Muller C, Hatsagortsyan K Z and Keitel C H 2012 Rev. Mod. Phys. 84 1177
[21] Rohrlich F 1997 Am. J. Phys. 65 1051
[22] Isoyama S and Poisson E 2012 Classical Quant. Grav. 29 155012
[23] Born M and Infeld L 1934 Proc. R. Soc. Lon. Ser. A 144 425
[24] Elitzur A C, Cohen E and Beniamini P 2012 Charge Acceleration and Field-Lines Curvature: A Fundamental Symmetry and Consequent Asymmetries AIP Conf. Proc. 1411 211 (Preprint arXiv:1208.5164)
[25] Cohen E, Beniamini P, Grossman D, Horwitz L and Elitzur A C 2013 Mechanical Properties of the Electric Field: A Novel Prediction derived from the Field's Mass and Stress Preprint arXiv:1304.5598
[26] Dyson F J 1952 Phys. Rev. 85 631
[27] Peskin M E and Schroeder D V 1995 An introduction to quantum field theory (Boulder: Westview)