Реконструкция квантовой механики

С. Кохен

Реферат подготовил М.Х. Шульман (shulman@dol.ru, www.timeorigin21.narod.ru)
---
arXiv:1306.3951v1 [quant-ph] 17 Jun 2013

A Reconstruction of Quantum Mechanics

Simon Kochen

June 18, 2013

Спустя более чем сто лет, прошедших после математической формулировки квантовой механики, все еще не существует согласия по интерпретации этой теории. Это может быть следствием того, что квантовая механика изобилует предсказаниями, которые противоречат повседневному опыту, но есть и другая причина - существование более старой теории, а именно теории относительности.

Хотя преобразования Лоренца вначале породили разные теории, когда появилась статья Эйнштейна 1905 года, то это вскоре привезло к почти универсальному признанию интерпретации Эйнштейна. Почему так получилось? Эйнштей начал с нового концептуального принципа, что время и одновременность – понятия относительные, привязанные инерциальной системе, что противоречит классическому допущению об их абсолютности. Но отсюда, используя линейность преобразований, обусловленная локальной природой специальной теории относительности, и экспериментальный факт, что скорость света постоянна, Эйнштейн смог вывести преобразования Лоренца. Далее, введя естественные классические понятия состояния, наблюдаемой и симметрии в новую парадигму, Эйнштейн вывел новые динамические уравнения, призванные заменить уравнения Ньютона. Этот непротиворечивый вывод позволил разрешить кажущиеся парадоксы, противоречившие старой теории эфира и привел к признанию физиками новой теории.

В данной статье подход Эйнштейна используется в качестве модели для вывода и интерпретации квантовой механики. Автор также начинает с новой концептуальной парадигмы, которая заменяет классическую. Базовым допущением классической физики является идея, согласно которой эксперименты измеряет предсуществующие независимые наблюдаемые и свойства систем, и любое возмущение, обусловленное взаимодействием с прибором, может быть минимизировано или включено в его влияние на наблюдаемые. Напротив, когда измеряется компоненты спина частицы в конкретном направлении в опыте Штерна-Герлаха, общепризнано, что не происходит измерения предсуществующего свойства. Скорее, имеется взаимодействие частицы с магнитным полем, которое является неоднородным в этом направлении, и оно позволяет извлечь значение спина. Следует говорить о том, что такие свойства являются *относительными* или *внешними*, в отличие от внутренних свойств классической физики.

Что квантовые наблюдаемые и свойства приобретают значения только при подходящих взаимодействиях, разумеется, не новость для физиков. Бор, основатель копенгагенской интерпретации, писал в [5]: “Ситуация в целом в атомной физике лишает всякого смысла такие внутренние атрибуты (как идеализированно полагается в классической физике), приписываемые таким объектам.” Это стало радикальным следствием квантовой физики, которое противоречит одному из главных допущений классической физики, согласно которому свойства физической системы являются ее внутренними атрибутами.

Цель данной статьи состоит в том, чтобы показать, что математическая формулировка этого принципа позволяет нам реконструировать формализм квантовой механики. Базовая идея в определении структуры внешних свойств, описывается в разделе 1. Каждый эксперимент дает σ-алгебру измеряемых свойств. Например, при измерении некоторой квантовой наблюдаемой со спектральным разложением $\sum a_i P_i$, где σ-алгебра порождается проекциями P_i. В разделе 1 показано, что различные измеренные σ-алгебры не могут быть погружены в единственную σ-алгебру. В случае классической физики, с другой стороны, измеренные σ-алгебры все находятся внутри σ-алгебры $B(\Omega)$ внутренних свойств системы, состоящих из σ-алгебр, генерированных открытыми множествами фазового пространства системы.

Чтобы математически оперировать с внешними свойствами квантовомеханической системы, мы заменяем охватывающую σ-алгебру $B(\Omega)$ свойств σ *-комплексом Q*, состоящим из объединения всех σ-алгебр системы, извлекаемых различными декогерентными взаимодействиями, таких, как измерения.

Такая замена позволяет нам определить однотипным и естественным образом понятия состояния, наблюдаемой, симметрии и динамики, которые сводятся к классическим понятиям, когда *Q* являются булевой σ-алгеброй, и к стандартным квантовым понятиям, когда *Q* оказывается σ-комплексом $Q(\mathcal{H})$ проекций гильбертова пространства $\mathcal{H}$. Более того, мы используем этот подход для вывода как уравнения Шрёдингера, так и Проекционного Постулата фон Неймана-Людерса. Мы также показываем на базе экспериментов по интерферометрии, почему *Q* имеет вид $Q(\mathcal{H})$.

Наиболее примечательным свойством такой реконструкции квантовой механики является то, что классические определения ключевых физических понятий, таких, как состояние, наблюдаемая, симметрия, динамика и комбинация этих свойств, становятся в точности такими же, как и в квантовом случае, когда они применимы к внешним свойствам. При стандартной же формулировке эти понятия заметно отличаются от классических. В частности, определение состояния как комплексной функции и комплексного уравнения Шрёдингера, что противоречило интуиции, побудило Бора говорить, что его формализм является только символическим представлением реальности.

Одной из задач данного подхода является показать, что если принять относительный характер свойств, то дефиниции основных понятий квантовой механики оказываются столь же реальными и интуитивно ясными, сколь и в классическом случае. Разумеется, в наши намерения не входит обойтись без линейного комплексного гильбертова пространства при решении физических задач. Линейность уравнения Шрёдингера является критическим свойством при решении атомных задач. Нашей целью является показать, что наши интуитивные дефиниции эквивалентны стандартным комплексным определениям, сводятся скорее к возможности свести комплексное гильбертово пространство к техническим вычислительным инструментам, подобно использованию комплексных методов в классической теории электромагнетизма или механике жидких сред.

На первый взгляд структура σ-комплекса *Q* необычна. Операции между элементами *Q* не определены до тех пор, пока они не лежат в той же самой булевой алгебре с *Q*. Однако это является целой точкой этой структуры. Операции определены только тогда, как они имеют физический смысл. Это указывает на главное отличие этого подхода от подхода, начало которому положили Биркгоф и фон Нейман [3], и который был развит, среди прочих, Маккеем [17] и Пироном [18]. Они видели смысл логики квантовой механики в том, что она является своего рода решеткой, состоящей из множества операторов проекций гильбертова пространства. Однако уже Биркгоф и фон Нейман задавались вопросом: “Какой экспериментальный смысл можно придать пересечению и объединению двух экспериментальных предложений?” На этот вопрос никогда не было дано адекватного ответа. Варадараян в своей книге [21] о “решетчатом” подходе к квантовой механике, написанной приблизительно через тридцать лет после статьи Биркгофа и фон Неймана, писал:

> “Единственно важная вещь, представляющая серьезный открытый вопрос, это допущение … которое вынуждает любые два элемента из L иметь сумму на решетке … Мы не можем реально предложить убедительного феноменологического аргумента, чтобы поддержать это.”

Замена структуру комплексного гильбертова пространства столь же загадочной решетчатой структурой не обеспечивает цели построения прозрачного фундамента для квантовой механики. Возможно, неожиданным является то, что для более слабой структуры σ-комплекс достаточен для реконструкции квантовой механики. Наш подход, тем не менее, предпочтительнее по отношению к решетчатому подходу, особенно, как указано в работе Вадараяна [21], поскольку теоремы, использующие решетки, часто имеют доказательства, основанные на более слабой структуре σ-комплекса.

Одной из задач непротиворечивой логической реконструкции квантовой механики является разрешение проблематичных вопросов и несоответствий в ортодоксальной интерпретации, таких, как Проблема Измерения, парадокс Эйнштейна-Подольского-Розена, парадокс Кохена-Спекера, проблема редукции и Проекционное Правило фон Неймана-Людерса и дуализм “волна-частица”. Мы обсуждаем решение этих вопросов в контексте предлагаемой реконструкции по мере их возникновения в настоящей статье.

С разных точек зрения мы рассматриваем в статье свойства систем, как они проявляются в экспериментах. Мы, однако, не поддерживаем операциональную точку зрения квантовой механики. Мы полагаем, что квантовая механика описывает общие взаимодействия в мире, независимо от классического макроскопического прибора и наблюдателя. Мы не разделяем точку зрения Бома, согласно которой классическая физика необходима, чтобы придать смысл квантовым явлениям. Взаимодействия, которые мы описываем, используя макроскопический прибор, равным образом можно применить для интерпретации декогерентных взаимодействий между двумя системами вообще (см. обсуждение в разделе 1). Тем не менее мы опираемся на основную часть экспериментов, а не на общие взаимодействия, с целью подчеркнуть, что эти постулаты имеют операциональное содержание и смысл. Это позволяет стороннику операционального подхода придать смысл этой реконструкции.

Другая точка зрения состоит в том, что поскольку свойства, образующие σ-комплекс, соответствуют результатам возможных измерений, они обращаются к тому, что в ортодоксальной интерпретации они являются свойствами которые могут быть справедливыми в результате редукции. Мы не пытаемся обсуждать условия, при которых редукция или декогеренция происходят. В литературе имеются дискуссии относительно условий, при которых возможна редукция.

Например, Бом [4] анализирует величину неоднородности магнитного поля для успешной редукции в эксперименте Штерна-Герлаха. Мы рассматриваем эти вопросы как интересные с прагматической точки зрения, которые, однако, лежат за пределами тематики данной статьи.

Основная цель данной статьи – вывести элементарную квантовую механику, применяя естественные классические дефиниции физических понятий для внешних свойств, а затем использовать этот вывод для решения стандартных парадоксов и проблематичных вопросов. Мы ограничиваемся лишь идеей доказательств требующихся теорем. Чтобы показать, что мы выполнили задачу реконструкции формализма, мы используем учебник Бома [4]. Достоинством этой книги является ясное введение пяти постулатов, которых достаточно для интерпретации стандартных вопросов квантовой механики. Мы изучаем каждый из постулатов Бома по мере того, как они появляются в статье. Во избежание повторений мы исходим из общего допущения, что гильбертово пространство $\mathcal{H}$, с которым мы работаем, является сепарабельным комплексным гильбертовым пространством.

Приложение содержит таблицу, в которой суммируется описанная реконструкция:

	Общая механика	**Классическая механика**	**Квантовая механика**
Свойства	σ-комплекс $Q = \cup B$ где B – σ-алгебра	σ-алгебра $B(\Omega)$	σ-комплекс $Q(\mathcal{H}\}$
Состояния	$p : Q \to [0,1]$ $p \mid B$, мера вероятности	$p : B(\Omega) \to [0,1]$ мера вероятности	$A : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ оператор плотности $p(x) = \mathrm{tr}(Ax)$
Чистые состояния	Экстремальная точка выпуклого множества	$\omega \in \Omega$	1-мерный оператор, т.е. единица $\phi \in \mathcal{H}$ $p(x) = \langle x, x\phi\rangle$
Наблюдаемые	$u : B(\mathbb{R}) \to Q$ гомоморфизм	$f : \Omega \to \mathbb{R}$ функция Бореля	$A : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ эрмитов оператор
Симметрии	$\sigma : Q \to Q$ автоморфизм	$h : \Omega \to \Omega$ каноническое преобразование	$u : \mathcal{H} \to \mathcal{H}$ унитарный или антиунитарный оператор $\sigma(x) = uxu^{-1}$
Динамика	$\sigma : \mathbb{R} \to \mathrm{Aut}(Q)$ представление	уравнение Лиувилля $\partial_t \rho = -[H, \rho]$	Уравнение фон Неймана-Лиувилля $\partial_t w_t = -\frac{i}{\hbar}[H, w_t]$
Условные Состояния	$p(x) \to p(x \mid y)$ для $x, y \in B$ в Q $p(x \mid y) = p(x \mid y)/p(y)$	$p(x) \to p(x \mid y)$ $= p(x \wedge y)/p(y)$	$w \to ywy/\,\mathrm{tr}(wy)$ Правило фон Неймана-Людерса

Ссылки

[1] V. Bargmann, Note on Wigners Theorem on Symmetry Operations, *J. Math. Phys.* **5** (1964), 862.

[2] E. G. Beltrametti and G. Cassinelli, *The Logic of Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass. 1981.

[3] G. Birkhoff and J. von Neumann, The Logic of Quantum Mechanics, *Ann. Math.* **37** (1936), 823.

[4] A. Bohm, *Quantum Mechanics: Foundations and Applications*, Springer, New York, 2001.

[5] N. Bohr, Causality and Complementarity, *Phil. Sc.* **4** (1937), 289.

[6] J. Conway and S. Kochen, The Strong Free Will Theorem, *Amer. Math. Soc. Not.* **56** (2009), 226.

[7] L. D. Faddeev and O. A. Yakubovskii, *Lectures on Quantum Mechanics for Mathematics Students*, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2009.

[8] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. 3, Addison-Wesley,Reading, Mass., 1966.

[9] R. P. Feynman, Space-Time Approach to Non-Relativistic Quantum Mechanics, *Rev. Mod. Phys.* **20** (1948), 36.

[10] D. Finkelstein, The Logic of Quantum Physics, *Trans. N. Y. Acad. Sci.* **25** (1942–63), 621.

[11] A.M. Gleason, Measures on the Closed Subspaces of a Hilbert Space, *J. Math. & Mech.* **6** (1957), 885.

[12] J. M. Jauch, *Foundations of Quantum Mechanics*, Addison-Wesley,Reading, MA, 1968.

[13] S. Kochen and E. P. Specker, The Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics, *J. Math. & Mech.* **17** (1967), 59.

[14] S. Kochen and E. P. Specker, *Logical Structures Arising in Quantum Mechanics, The Theory of Models*, Symposium at Berkeley (1967), 177.

[15] S. Kochen and E. P. Specker, *The Calculus of Partial Propositional Functions, Methodology and Philosophy of Science*, Congress at Jerusalem (1964), 45.

[16] S. Koppelberg, *Handbook of Boolean Algebras*, vol. 1, North-Holland, Amsterdam, 1989.

[17] G. W. Mackey, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Benjamin, Amsterdam, 1963.

[18] C. Piron, *Foundations of Quantum Physics*, Benjamin, Reading, MA, 1976.

[19] M. Reck, A. Zeilinger, H. J. Bernstein, and P. Bertani, Experimental Realization of Any Discrete Unitary Operator, *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994), 58.

[20] U. Uhlhorn, Representation of Symmetric Transformations in Quantum Mechanics, *Arkiv Fysik* **23** (1963), 307.

[21] V. S. Varadarajan, *The Geometry of Quantum Theory*, Van Nostrand, Princeton, NJ., 1968.

[22] E. Wrede, *Z. Phys. A* **44** (1927), 261.

[23] M. Zukowski, A. Zeilinger, M. A. Horne, Realizability Higher-Dimensional Two-Particle Entanglements via Multiport Beam Splitters, *Phys. Rev. A* **55** (1997), 2564.