

Являются ли “слабые измерения” на самом деле измерениями?

Д. Соколовский (Испания)

Перевод М.Х. Шульмана (shulman@dol.ru www.timeorigin21.narod.ru)

arXiv:1305.4809v2 [quant-ph] 24 May 2013

Are the “weak measurements” really measurements?

D. Sokolovski (dgsokol15@gmail.com)

*Departamento de Química-Física, Universidad del País Vasco, UPV/EHU, Leioa, Spain and
IKERBASQUE, Basque Foundation for Science, E-48011 Bilbao, Spain*

(Dated: May 27, 2013)

“Слабые измерения” могут рассматриваться как попытка ответить на вопрос “Каким путем прошла частица (Which way)?” без разрушения интерференции между возможными путями. Необычные средние значения, получаемые при таких измерениях, представляют собой ответ квантовой системы на этот “запрещенный” вопрос, где “истинная” комбинация виртуальных путей скрыта от наблюдателя. Такие значения указывают на ошибку измерения, где принцип неопределенности скорее говорит о некорректности измерения, чем открывает дополнительные возможности исследования физической реальности.

Вопрос: Который час, если часы показывают 13?

*Ответ: Время покупать новые часы.
(Шутка)*

I. ВВЕДЕНИЕ

Двадцать пять лет назад Ааронов, Альберт и Вайдман опубликовали статью, озаглавленную “Как результат измерения компоненты спина у частицы со спином $1/2$ может дать значение спина, равное 100?” [1]. Далее идея авторов была развита в большом числе работ о так называемых “слабых измерениях” (см., например, [2]-[10]) и достигла кульминации в эксцентричном сообщении ВВС [11], утверждающем, что “Пионерские эксперименты заставляют усомниться в основополагающих идеях такой физической теории, как квантовая механика”. Представляется, что возникает поле для дискуссии о том, что в действительности происходит при “слабом измерении”; этому и посвящена данная статья. Некоторая критика этого подхода, данного в [1], появившаяся в разное время, приведена в [12]-[17].

Возникают только два возможных ответа на исходный вопрос, заданный авторами [1]: (I) имеется новый, неочевидный, аспект теории квантовомеханического измерения, либо (II) предложенное измерение несостоятельно. В настоящей статье мы будем следовать работе [14], защищающей вторую точку зрения. Аргументация при этом характеризуется некоторыми нюансами. Не идет и речи о простой математической ошибке в [1]. Мы говорим об интерпретации результатов, что и является предметом критики. Ниже мы докажем, что “слабое измерение” пытается представить ответ на вопрос “Каким путем прошла частица (Which way)?” без разрушения интерференции

между вовлеченными траекториями. Любая такая попытка должна быть отвергнута в соответствии с принципом неопределенности [18], [19], и необычные “слабые значения” как раз являются свидетельством подобной несостоятельности.

II. ВЕРОЯТНОСТИ И “ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ”

Случайная переменная f полностью описывается своим распределением вероятностей $\rho(f)$. Часто бывает достаточно знать характерное значение f и диапазон, в котором наиболее вероятно распределены ее случайные значения. Чтобы получить оценку для центрального значения и ширины диапазона, обычно используется среднее значение f

$$\langle f \rangle = \int f \rho(f) df / \int \rho(f) df$$

и стандартное отклонение от среднего

$$\sigma = \sqrt{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}.$$

Предположим, что f принимает только значения 1 и 2, и что ее ненормированное распределение вероятностей есть $\rho(1) = 1.1$ и $\rho(2) = 1$. Тогда получаем:

$$\begin{aligned} \langle f \rangle &= [1 \times \rho(1) + 2 \times \rho(2)] / [\rho(1) + \rho(2)] \approx 1.4761, \\ \sigma &\approx 0.4994, \end{aligned} \quad (1)$$

что достаточно разумно представляет центральное значение и ширину интервала [1,2], содержащего значения f .

Рассмотрим далее другой случай, когда ненормированное распределение вероятности допускает отрицательные значения, например:

$$\rho(1) = -1.1, \quad \rho(2) = 1. \quad (2)$$

Используя те же формулы, получим:

$$\langle f \rangle = -9, \quad \sigma \approx 10.49i. \quad (3)$$

который, очевидно, больше не описывает диапазон [1,2] - $|\langle f \rangle|$ слишком велик, а σ оказывается чисто мнимой величиной. Причина возникновения такого “аномального” среднего значения состоит в том, что знаменатель в уравнении (1) мал, в отличие от числителя; следовательно, мы получаем большое по абсолютной величине отрицательное значение “математического ожидания” в (3).

В общем случае среднее значение и стандартное отклонение от среднего для распределения знакопеременной величины не являются представительными для диапазона ее значений. Эти обычные свойства $\langle f \rangle$ и σ утрачиваются, как только распределение допускает перемену знака величины.

III. КОМПЛЕКСНО-ЗНАЧНЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Чтобы довести ситуацию до предела, предположим, что ненормированные “вероятности” могут принимать комплексные значения,

$$\rho(f) = \rho_1(f) + i\rho_2(f), \quad (4)$$

в то время как f может принять любое значение внутри интервала $[a, b]$. Как и прежде, мы построим нормированное распределение $w(f) \equiv \rho(f) / \int_a^b \rho(f') df'$, которое может теперь быть записано в виде суммы действительной и мнимой части

$$w(f) \equiv w_1(f) + iw_2(f) = \frac{A_1^2(\rho_1(f)/A_1) + A_2^2(\rho_2(f)/A_2)}{A_1^2 + A_2^2} + iA_1A_2 \frac{\rho_2(f)/A_2 - \rho_1(f)/A_1}{A_1^2 + A_2^2}, \quad (5)$$

где

$$\int_a^b \rho(f) df = A_1 + iA_2.$$

Теперь мы можем поинтересоваться, должно ли значение $Re\langle f \rangle = \int_a^b f w_1(f) df$ давать нам указания о местоположении интервала $[a, b]$. Из уравнения (5) мы замечаем, что если $\rho_1(f)$ и $\rho_2(f)$ не меняют знака, то $w_1(f)$ является “собственным” распределением вероятностей, и его среднее значение лежит в области его носителя. С другой стороны, если как $\rho_1(f)$, так и $\rho_2(f)$ меняют знак, то среднее значение $Re\langle f \rangle$ может лежать где угодно, и не обязано давать нам никаких указаний на фактический диапазон значений величины f .

Здесь-то и может возникнуть недоразумение: предположим, что требуется оценить среднее значение переменной, значения которой могут лежать между 1 и 2, косвенно, т.е. без проверки того, является ли распределение знакопеременным или “собственно” вероятностным. Получение результата -9 может показаться необычным, если упустить из виду, что используемое распределение является знакопеременным и искажает информацию о реальном диапазоне значений случайной величины.

Остается один вопрос – зачем необходимо использовать такие хитроумные распределения?

IV. ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ФЕЙНМАНА И ВОПРОС “WHICH WAY?”

Использование колебательных комплексно-значных распределений предусматривается квантовой механикой, и на это имеются серьезные причины. Рассмотрим эксперимент типа эксперимента с двумя щелями, где квантовая система, находящаяся вначале в состоянии $|I\rangle$, может перейти в финальное состояние $|F\rangle$ по двум траекториям (pathway) с соответствующими амплитудами вероятности $A(1)$ и $A(2)$. Существуют две возможности.

(I) Траектории интерферируют, тогда вероятность обнаружить частицу в $|F\rangle$ равна

$$P^{F \leftarrow I} = |A(1) + A(2)|^2. \quad (6)$$

(II) Интерференция между траекториями была полностью разрушена за счет приведения системы в контакт с другой системой. В этом случае вероятность обнаружить частицу в $|F\rangle$ равна

$$P^{F \leftarrow I} = |A(1)|^2 + |A(2)|^2. \quad (7)$$

Эти два случая физически различны, как и выражения для вероятности. Во втором случае две траектории *реальны*. Можно осуществить эксперимент, который с помощью многократных повторений должен подтвердить, что система проходит по первой или второй траектории с частотами, пропорциональными $|A(1)|^2$ и $|A(2)|^2$ соответственно. В первом же случае траектории остаются *виртуальными*. Вместе они образуют одну реальную траекторию с вероятностью $|A(1) + A(2)|^2$, и не существует способа сказать, даже статистически, каким из двух виртуальных путей система в действительности следовала.

Вышесказанное приводит к забытой формулировке Принципа Неопределенности [18]: некоторые интерферирующие траектории или состояния должны рассматриваться как нечто единое. Квантовая интерференция стирает подробную информацию о системе. Такая информация может быть получена только в том случае, если интерференция разрушена, обычно вследствие возмущения эволюции системы; это – хорошо изученное явление, например, картина интерференции в эксперименте Юнга с двумя щелями.

V. ФЕЙНМАНОВСКИЕ ПУТИ И ТРАЕКТОРИИ

Поговорим о траекториях на немного более формализованном языке. Разобьем интервал времени на N суб-интервалов и устремим N к бесконечности. Мы можем написать амплитуды перехода для системы с гамильтонианом \hat{H} в виде суммы по путям, отмеченным переменной \hat{A} ,

$$\begin{aligned} \langle F | \exp(-i\hat{H}t/\hbar) | I \rangle &= \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k_1, k_2, \dots, k_{N+1}} \times \quad (8) \\ \langle F | a_{k_{N+1}} \rangle \langle a_{k_{N+1}} | \exp(-i\hat{H}t/\hbar N) | a_{k_N} \rangle \langle a_{k_N} | \dots | a_{k_2} \rangle \langle a_{k_2} | \exp(-i\hat{H}t/\hbar N) | a_{k_1} \rangle \langle a_{k_1} | I \rangle \\ &\equiv \sum_{paths} A^{F \leftarrow I}[path] \end{aligned}$$

где a_k и $|a_k\rangle$ – собственные значения и собственные векторы интересующей нас переменной \hat{A} , $\hat{A}|a_k\rangle = a_k|a_k\rangle$. Мы также ввели пути Фейнмана – функции, которые принимают значения a_k из спектра \hat{A} в каждый дискретный момент времени. В пределе $N \rightarrow \infty$ мы обозначим такой путь через $a(t)$. Эти пути (path) представляют собой виртуальные траектории, каждая вносит амплитуду вероятности $A^{F \leftarrow I}[path]$, определенную соотношением (8). В выбранном представлении они формируют наиболее подробное полное множество историй, доступных для квантовой системы.

Мы можем интересоваться не всеми деталями прошлого частицы, но только значением некоторой переменной, функционалом, определенным фейнмановским путем $a(t)$ в виде интеграла

$$\mathcal{F}[path] = \int_0^t \beta(t')a(t')dt', \quad (9)$$

где $\beta(t)$ - известная функция по нашему выбору. Мы можем определить менее детальное множество виртуальных траекторий, группируя вместе те пути, для которых значение $\mathcal{F}[a]$ равно некоторой f . Теперь каждая траектория вносит амплитуду

$$\Phi^{F \leftarrow I}(t|f) = \sum_{paths} \delta(f - \mathcal{F}[path])A^{F \leftarrow I}[path], \quad (10)$$

где $\delta(z)$ - дельта-функция Дирака. Новые траектории содержат наиболее подробную информацию о переменной \mathcal{F} , тогда как информация о других переменных была потеряна вследствие интерференции в сумме (10).

Далее мы можем определить “крупнозернистую” амплитуду распределения для \mathcal{F} , сглаживая $\Phi^{F \leftarrow I}(t|f)$ с помощью “окна”, описываемого функцией $G(f)$:

$$\Psi^{F \leftarrow I}(t|f) = \int G(f - f')\Phi^{F \leftarrow I}(t|f')df'. \quad (11)$$

При выборе $G(f)$, например, в виде гауссианы, мы не можем различить значения f_1 и f_2 , отличающиеся меньше, чем на Δf , $|f_1 - f_2| \lesssim \Delta f$, поскольку соответствующие траектории могут теперь интерферировать.

Однако “крупнозернистость” имеет определенный физический смысл. Рассмотрим базис $\{|F\rangle\}$, содержащий наше финальное состояние $|F\rangle$, и построим состояние $|\Psi^I(t|f)\rangle \equiv \sum_F |F\rangle \Psi^{F \leftarrow I}(t|f)$ такое, что $\Psi^{F \leftarrow I}(t|f) = \langle F|\Psi^I(t|f)\rangle$. Легко проверить [20], что $|\Psi^I(t|f)\rangle$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$i\partial_t|\Psi^I(t|f)\rangle = [\hat{H} - i\hbar\partial_f\beta(t)\hat{A}]|\Psi^I(t|f)\rangle \quad (12)$$

с начальным условием

$$|\Psi^I(t=0|f)\rangle = G(f)|I\rangle, \quad (13)$$

Это можно также рассматривать как уравнение Шрёдингера, описывающее систему, взаимодействующую с указателем¹ фон Неймана [21], положение которого есть f . Теперь мы имеем рецепт для измерения величины $\mathcal{F}[path]$: сначала приготовим систему в начальном состоянии $|I\rangle$ и указатель в состоянии $\int G(f)|f\rangle df$. Включим связь между ними и в момент времени t точно измерим

¹ Этому указателю можно приписать смысл “стрелки” измерительного устройства (прим. перев.)

положение указателя. Интерференция между путями с различными значениями $\mathcal{F}[path]$ будет разрушена, поскольку они дадут разные результаты для указателя.

VI. ТОЧНОСТЬ И ОБРАТНОЕ ДЕЙСТВИЕ

Наша схема измерения обладает одним важным параметром, шириной окна $G(f)$, Δf , которая определяет размер, которому мы можем сопоставить значение $\mathcal{F}[path]$, как только указатель был определен для f . Этот параметр точности также определяет возмущение, вносимое в измеряемую систему при измерении. Это, в свою очередь, позволяет оценить, насколько велика вероятность достижения финального состояния $|F\rangle$ с измерительным устройством и без него. Первая вероятность равна

$$P^{F \leftarrow I}(t) = \int df |\Psi^{F \leftarrow I}(t|f)|^2, \quad (14)$$

и, в общем случае, не равна $|\langle F | \exp(-i\hat{H}t/\hbar) | I \rangle|^2$, поскольку

$$\int G(f - f') \Phi^{F \leftarrow I}(t|f') df' \neq G(f) \langle F | \exp(-i\hat{H}t/\hbar) | I \rangle = G(f) \int \Phi^{F \leftarrow I}(t|f') df', \quad (15)$$

где последнее равенство получено интегрированием уравнения (10).

Возмущение может быть минимизировано выбором окна $G(f)$ очень широким. По построению, значение \mathcal{F} обычно лежит в конечном интервале, скажем, $a \leq \mathcal{F}[path] \leq b$, вне которого $\Phi^{F \leftarrow I}(t|f')$ исчезает. Очень широкое окно $G(f - f')$ может, следовательно, быть заменено на $G(f)$ за счет того, чтобы сделать левую часть уравнения (15) пропорциональной $\langle F | \exp(-i\hat{H}t/\hbar) | \Psi_0 \rangle$.

Таким образом, с целью исследования системы с неповрежденной интерференцией между траекториями, мы должны выполнить очень неточное “слабое” измерение. Это может быть достигнуто за счет введения большой неопределенности в начальное положение указателя. Некоторый энтузиазм может придать нам следующий классический пример.

VII. НЕТОЧНЫЕ КЛАССИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

Рассмотрим классическую систему, которая может попасть в финальное состояние по нескольким различным маршрутам. Скажем, шар может перекатиться из отверстия I в отверстие F по первому желобку с вероятностью $w_1 > 0$ или по второму желобку с вероятностью $w_2 > 0$, и т.п. Легко вообразить (чисто классический) указатель, который передвигает одну единицу вправо, если шар прошел по первому маршруту, или две единицы вправо, если движение осуществилось по второму маршруту, и т.д. Измеритель не идеален: мы можем точно определить его финальное положение, но не можем быть уверены, что он точно был установлен в ноль. Правильнее сказать, что его начальное положение распределено в окрестности нуля с плотностью вероятности $G(f)$ с нулевым

средним значением и известной дисперсией. Пусть у нас имеется ровно два маршрута. Теперь конечные состояния измерителя обладают неопределенностью, вероятность найти его в f будет равна

$$P^{F \leftarrow I}(f) = \int G(f - f')w(f')df' \quad (16)$$

$$w(f) \equiv w_1\delta(f - 1) + w_2\delta(f - 2).$$

Если измеритель точный, т.е. если $G(f)$ имеет очень узкий пик в окрестности $f = 0$, мы будем иметь ровно два возможных отсчета, $f = 1$ в примерно w_1N случаях, или $f = 2$ в примерно w_2N случаях.

Предположим далее, что измеритель крайне неточен, и ширина G , Δf много больше, чем 1. Простое вычисление показывает [14], что первые два момента финального распределения равны

$$\langle f \rangle = \int fw(f)df, \quad (17)$$

$$\langle f^2 \rangle = \int f^2w(f)df + \int f^2G(f)df / \int G(f)df.$$

Мы, следовательно, имеем очень широкое распределение, чье среднее соответствует среднему значению $w(f)$. Поскольку второй момент G известен, то, выполнив большое число опытов, мы можем извлечь из полученных данных также и разброс σ распределения $w(f)$. Например, если оба маршрута используются с равной вероятностью $w_1 = w_2 = 1/2$, мы получаем

$$\langle f \rangle = 1.5, \quad \sigma = 0.5. \quad (18)$$

Отсюда мы можем корректно вывести, что имеется ровно два, а не три или четыре, маршрута, доступных для системы, и что она совершает движение по ним с примерно равной вероятностью. Этот простой пример показывает, что с классической точки зрения крайне неточный измеритель может дать ограниченную информацию относительно альтернатив, доступных для стохастической системы. Это как раз случай измерителя, допускающего большое число опытов, чтобы набрать большую статистику. Далее мы рассмотрим, верно ли все это в квантовом случае.

VIII. НЕТОЧНЫЕ, ИЛИ “СЛАБЫЕ”, КВАНТОВЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ

В квантовом случае использование неточного измерителя имеет практическое преимущество – мы минимизируем обратное действие на измеряемую систему и можем надеяться узнать что-то, не разрушая интерференцию. Как обсуждалось в разделе VI, мы можем сделать измерение неразрушающим, придавая начальному положению измерителя большую квантовую неопределенность (то есть мы выбираем чистое состояние измерителя размытым в координатном пространстве). Мы приготавливаем систему и

указатель в состоянии, являющемся произведением их состояний (13), включаем взаимодействие, проверяем финальное состояние системы и отбираем отсчет измерителя, обеспечивающий это финальное состояние $|F\rangle$. Из (12) следуют выражения для моментов распределения отсчета измерителя:

$$\langle f^n \rangle \equiv \int f^n |\Psi^{F \leftarrow I}(t|f)|^2 df / \int |\Psi^{F \leftarrow I}(t|f)|^2 df. \quad (19)$$

Когда ширина начального состояния измерителя Δf стремится к нулю, то, полагая $ImG(f) = 0$, мы получаем [14]:

$$\langle f \rangle = Re\bar{f} + O(1/\Delta f), \quad (20)$$

и

$$\langle f^2 \rangle = \frac{\int f^2 G(f)^2 df}{\int G(f)^2 df} + C(Re\bar{f}^2 - |\bar{f}|^2) + |\bar{f}|^2 + O(1/\Delta f). \quad (21)$$

где C - множитель порядка единицы, зависящий только от формы $G(f)$ [14]. Здесь мы ввели обозначение f^n для n -го момента комплексно-значной амплитуды распределения $\Phi(f)$, определенной в уравнении (10),

$$\bar{f}^n \equiv \int f^n \Phi^{F \leftarrow I}(t|f) df / \int \Phi(t|f) df. \quad (22)$$

Именно в этом месте “несобственные” средние (22), рассчитанные для колебательных распределений, входят в наше вычисление, первоначально сконструированное для расчета “собственных” вероятностных средних (20). Выражения, подобные уравнению (20), были получены ранее в [1], [4] для слабого измерения фон Неймана и в [22] для квантового поперечного времени (quantum transversal time). Они являются квантовыми аналогами классических уравнений (17).

Мы видим, что квантовый случай отличается одним важным аспектом. Там, где неточные классические вычисления предшествующего раздела давали среднее для *вероятностного распределения*, их квантовый аналог дает нам среднее для амплитуды вероятностей $\Phi^{F \leftarrow I}(t|f)$. Нет причины *априори* ожидать, что ее действительная или мнимая часть не изменит знак. Как обсуждалось в разделах II и III, такое усреднение не обязано ничего говорить нам о фактическом диапазоне значений случайной переменной. Таким образом, наша попытка ответить на вопрос “Which way?” (“Which f ?”) столь же некорректна, поскольку мы не можем извлечь информацию относительно альтернатив, доступных для квантовой системы. Но мы были предупреждены: Принцип Неопределенности подразумевал, что до тех пор, пока траектории остаются интерферирующими альтернативами, вопрос, на который мы пытаемся ответить, не имеет смысла.

IX. ЭКСПЕРИМЕНТ С ДВУМЯ ЩЕЛЯМИ

Проверим наш подход на конкретном примере, обратившись к эксперименту с двумя щелями. Рассмотрим двухуровневую систему, например, спин 1/2, прецессирующий в магнитном поле. Ее гамильтониан равен

$$\hat{H} = \hbar\omega_L\sigma_x \quad (23)$$

где ω_L - ларморова частота, σ_x - матрица Паули. Мы предположим, что спин пре-селектирован в состоянии, поляризованном вдоль оси z при $t = 0$, а затем пост-селектирован в том же состоянии при $t = T$. Мы также хотим знать состояние спина на полпути, при $T/2$. Мы будем следовать шагам, описанным в разделе V. В некоторый заданный момент времени в выбранном представлении спин может быть направлен вверх или вниз по оси z. Мы обозначим эти два состояния через $|1\rangle$ и $|2\rangle$ соответственно. Фейнмановские пути будут, следовательно, представлять собой ступеньчатые линии типа показанной на рис. 1. Функционал $\mathcal{F}(path)$ определяется уравнением (9) при $\beta(t') = \delta(t' - T/2)$,

$$\mathcal{F}(path) = \int_0^t \delta(t' - T/2)a(t')dt' = a(T/2). \quad (24)$$

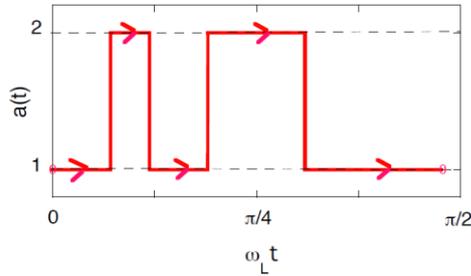


Рисунок 1. Схематическая диаграмма фейнмановского пути $a(t)$ для спина $1/2$, прецессирующего в магнитном поле. Этот путь соединяет состояние $|1\rangle$ при $t = 0$ с тем же самым состоянием при $t = 2/\omega_L$. Между этими моментами времени спин скачком изменяет свое состояние, достигая $|2\rangle$ при $t = 1/\omega_L$.

Таким образом мы комбинируем фейнмановские пути, заканчивающиеся в состоянии $|1\rangle$ при $t = T$ в две виртуальные траектории, одна содержит пути, проходящие при $t = T/2$ через состояние $|1\rangle$, а другая – пути, проходящие через состояние $|2\rangle$. Соответствующие амплитуды вероятности – это те, которые относятся к свободно эволюционирующему спину от его начального состояния к $|1\rangle$ или $|2\rangle$ при $t = T/2$, а затем к финальному состоянию $|1\rangle$ при $t = T$,

$$A(1) = \cos^2(\omega_L T/2) \quad (25)$$

$$A(2) = -\sin^2(\omega_L T/2).$$

Нам необходимо измерительное устройство. Взаимодействие $-i\partial_f\delta(t - T/2)\hat{A}$ соответствует измерению по фон Нейману для оператора $\hat{A} = 1 \times |1\rangle\langle 1| + 2 \times |2\rangle\langle 2|$, выполненному при $t = T/2$. Точность измерения зависит от разброса Δf начального состояния измерителя, которое мы примем распределенным по гауссиане

$$G(f) = (2/\pi\Delta f^2)^{1/4} \exp(-f^2/\Delta f^2), \quad \int |G(f)|^2 df = 1. \quad (26)$$

Легко проверить, что среднее значение отсчета $\langle f \rangle$ для измерителя в уравнении (17) будет равно

$$\langle f \rangle = \frac{A(1)^2 + 2A(2)^2 + 3A(1)A(2) \exp(-0.5/\Delta f^2)}{A(1)^2 + A(2)^2 + 2A(1)A(2) \exp(-0.5/\Delta f^2)}, \quad (27)$$

его зависимость от Δf показана на рис. 2.

Это, разумеется, чрезвычайно упрощенная версия эксперимента Юнга с двумя щелями: состояния при $t = T/2$ играют роль двух щелей, а состояния при $t = T$ – роль положения на экране при наблюдении интерференционной картины.

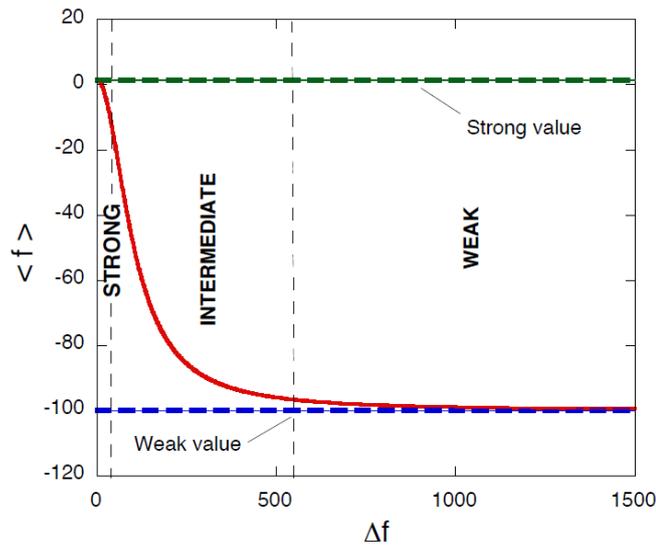


Рисунок 2. Средний отсчет измерителя как функция точности измерения в ситуации с двумя щелями раздела IX. В режиме сильного измерения измеритель разрушает когерентность между траекториями, проходящими через разные щели, разрушая при этом и интерференционную картину. В режиме слабого измерения интерференция не разрушается, но номер щели оказывается равным -100. В промежуточном режиме среднее значение номера щели плавно изменяется от 1.5 до -100.

Рассмотрим сначала “сильное” измерение. Выберем финальный момент времени таким, что нахождение свободно прецессирующего спина в состоянии $|1\rangle$ является маловероятным (наша интерференционная картина имеет там минимум, или “темную” область), скажем, $T = \arccos(1/203)/\omega_L \approx 1.5659/\omega_L$. Устремляя $\Delta f \rightarrow 0$, получим для распределения вероятности отсчетов измерителя (см. уравнение (14)):

$$P^{1\leftarrow 1}(T|f) = \cos^4(\omega_L T/2)\delta(f-1) + \sin^4(\omega_L T/2)\delta(f-2) \quad (28)$$

$$\approx 0.252\delta(f-1) + 0.248\delta(f-2).$$

Мы видим, что эти два пути обладают примерно одинаковой вероятностью, и уравнение (27) дает нам средний номер щели $\langle f \rangle_{strong} \approx 1.5$.

Однако мы изучаем вовсе не прецессию исходного спина. Интерференционная картина разрушается, и вероятность достижения в финале состояния $|1\rangle$, которая без измерителя была бы равна

$$|A(1) + A(2)|^2 \approx 0.000024, \quad (29)$$

теперь оказывается равной 0.5. Этот пример из учебника иллюстрирует Принцип Неопределенности: преобразование виртуальных путей в реальные происходит благодаря разрушению интерференционной картины.

Не удовлетворенные этим, мы пытаемся минимизировать возмущение в надежде узнать что-либо о маршруте, выбранном системой при сохраненной интерференции. Устремим Δf к бесконечности и, после многих опытов, получим ответ: среднее значение номера щели равно

$$\langle f \rangle_{weak} = Re \frac{1 \times A(1) + 2 \times A(2)}{A(1) + A(2)} = -100. \quad (30)$$

Что возвращает нас к исходному вопросу, перефразировке заглавия работы [1]: “Как результат измерения номера щели в эксперименте с двумя щелями может дать номер щели, равный -100?”

Х. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Мы попытались оценить среднее значение номера щели, через которую проходит частица, и пришли к значению -100. Математика здесь прозрачна, и нам необходимо понять значение этого результата перед тем, как применять где-либо “слабые измерения”. Имеется ровно две щели с номерами 1 и 2, так что результат кажется немного странным. Был ли наш эксперимент неверным, или квантовый мир является настолько странным, что появились неизвестные нам щели? Мы выбираем первый вариант.

Неверные измерения являются обычным делом в классической физике. Их можно много раз повторять, но только отдавая себе отчет о некорректности самого эксперимента. Поврежденный спидометр будет показывать 50 миль в час каждый раз, когда автомобиль едет со скоростью 100 миль в час, и это может внушать уверенность водителю, но не дорожному полицейскому, который остановит его за превышение скорости. Щель с номером -100 может быть “получена” при слабом измерении, но не может быть использована для чего-либо-еще, например, чтобы убедить пользователя, что он купил экран с более чем двумя щелями.

Здесь, однако, имеется важное отличие. С классической точки зрения всегда можно найти правильный ответ и исправить или перекалибровать неправильный спидометр. В квантовой механике это не так. Согласно Принципу Неопределенности, на заданный вопрос просто не существует правильного ответа. Ближайшая классическая аналогия может быть такой. Предположим (чисто классически), что некоторый заряд может быть передан по одному из двух проводников, и наблюдатель может измерить, который из них был выбран. Затем проводники нагреваются и спекаются в один. По какому же из двух проводников теперь проходит заряд? Вот что делает интерференция, она осуществляет “спекание” двух щелей в одно, лишая тем самым вопрос “Which way?” его исходного смысла.

Начав использовать аналогии, трудно остановиться. Вот самая последняя: менеджеру задают вопрос, на который он не может или не хочет ответить. Можно задавать ему вопрос многократно, но не следует на результатах основывать какие-либо заключения о сути ответа.

“Слабые измерения” связаны с интересным эффектом интерференции, имеющим применения за пределами теории измерения [23], [24]. Они могут осуществляться и реально были выполнены [2]. Они имеют полезные приложения в интерферометрии [7], [8]. Однако их результат не должен быть слишком свободно интерпретирован. Мистические слабые значения указывают на ошибку в измерительной процедуре при условиях, в которых, согласно Принципу Неопределенности, она должна быть некорректной. С этой точки зрения “слабые измерения” много теряют в своей заманчивости, а вычисление “слабых значений” сводится к простым упражнениям в теории возмущений первого порядка.

В конечном счете, на протяжении данной статьи мы обращались к Принципу Неопределенности, рассматриваемому как одну из базовых аксиом квантовой теории. Возможно, что сам по себе этот принцип будет объяснен в более простых терминах в рамках еще неизвестной общей теории. Однако мы утверждаем, что слабые измерения не дают ни такого объяснения, ни более глубокого осмысления физической реальности.

БЛАГОДАРНОСТИ

Я благодарю за поддержку Правительство Страны Басков (грант No. IT-472-10) и Министерство науки и инноваций Испании (грант No. FIS2009-12773-C02-01). Я также благодарен д-ру Г. Грибакину за строки, ставшие эпиграфом к данной статье.

Ссылки

- [1] Aharonov Y, Albert DZ, Vaidman L. How the result of a measurement of a component of the spin of a spin- $\frac{1}{2}$ particle can turn out to be 100. *Physical Review Letters* 1988; 60 (14): 1351–1354. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.60.1351>
- [2] Duck IM, Stevenson PM, Sudarshan ECG. The sense in which a “weak measurement” of a spin- $\frac{1}{2}$ particle’s spin component yields a value 100. *Physical Review D* 1989; 40 (6): 2112–2117. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.40.2112>
- [3] Ritchie NWM, Story JG, Hulet RG. Realization of a measurement of a “weak value”. *Physical Review Letters* 1991; 66 (9): 1107–1110. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.66.1107>
- [4] Aharonov Y, Vaidman L. The two-state vector formalism of quantum mechanics. In: *Time in Quantum Mechanics*, Muga G, Mayato RS, Egusquiza I (editors), Springer, 2002, pp.369–412. <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0105101>
- [5] Aharonov Y, Botero A, Popescu S, Reznik B, Tollaksen J. Revisiting Hardy’s paradox: counterfactual statements, real measurements, entanglement and weak values. *Physics Letters A* 2002; 301: 130–138. <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0104062>

- [6] Jozsa R. Complex weak values in quantum measurement. *Physical Review A* 2007; 76 (4): 044103. <http://arxiv.org/abs/0706.4207>
- [7] Dixon PB, Starling DJ, Jordan AN, Howell JC. Ultrasensitive beam deflection measurement via interferometric weak value amplification. *Physical Review Letters* 2009; 102 (17): 173601. <http://arxiv.org/abs/0906.4828>
- [8] Popescu S. Weak measurements just got stronger. *Physics* 2009; 2: 32. <http://dx.doi.org/10.1103/Physics.2.32>
- [9] Dressel J, Jordan AN. Sufficient conditions for uniqueness of the weak value. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 2012; 45 (1): 015304. <http://arxiv.org/abs/1106.1871>
- [10] Rozema LA, Darabi A, Mahler DH, Hayat A, Soudagar Y, Steinberg AM. Violation of Heisenberg's measurement-disturbance relationship by weak measurements. *Physical Review Letters* 2012; 109 (10): 100404. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.109.100404>
- [11] Palmer J. Heisenberg uncertainty principle stressed in new test. *BBC News: Science & Environment*. Publication date: 7 September 2012; <http://www.bbc.co.uk/news/science-environment-19489385>
- [12] Leggett AJ. Comment on "How the result of a measurement of a component of the spin of a spin- $\frac{1}{2}$ particle can turn out to be 100". *Physical Review Letters* 1989; 62 (19): 2325–2325. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.62.2325>
- [13] Peres A. Quantum measurements with postselection. *Physical Review Letters* 1989; 62 (19): 2326–2326. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.62.2326>
- [14] Sokolovski D. Weak values, "negative probability," and the uncertainty principle. *Physical Review A* 2007; 76 (4): 042125. <http://arxiv.org/abs/0905.3810>
- [15] Sokolovski D, Puerto Giménez I, Sala Mayato R. Feynman-path analysis of Hardy's paradox: Measurements and the uncertainty principle. *Physics Letters A* 2008; 372 (21): 3784–3791. <http://arxiv.org/abs/0903.4795>
- [16] Sokolovski D, Puerto Giménez I, Sala Mayato R. Path integrals, the ABL rule and the three-box paradox. *Physics Letters A* 2008; 372 (44): 6578–6583. <http://arxiv.org/abs/0903.4600>
- [17] Parrott S. Quantum weak values are not unique. What do they actually measure? 2009; <http://arxiv.org/abs/0909.0295>

- [18] Feynman RP, Leighton RB, Sands M. *The Feynman Lectures on Physics, Volume 3*. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1965.
- [19] Bohm D. *Quantum Theory*. New York: Dover Publications, 1989., p. 600.
- [20] Sokolovski D. Path integral approach to space-time probabilities: A theory without pitfalls but with strict rules. *Physical Review D* 2013; 87 (7): 076001. <http://arxiv.org/abs/1301.1244>
- [21] von Neumann J. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*. Investigations In Physics, Beyer RT (translator), Princeton: Princeton University Press, 1955, pp.183–217.
- [22] Sokolovski D, Baskin LM. Traversal time in quantum scattering. *Physical Review A* 1987; 36 (10): 4604–4611. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.36.4604>
- [23] Sokolovski D, Akhmatskaya E. Hartman effect and weak measurements that are not really weak. *Physical Review A* 2011; 84 (2): 022104. <http://arxiv.org/abs/1103.5620>
- [24] Monks PDD, Xiahou C, Connor JNL. Local angular momentum-local impact parameter analysis: Derivation and properties of the fundamental identity, with applications to the F + H₂, H + D₂, and Cl + HCl chemical reactions. *Journal of Chemical Physics* 2006; 125 (13): 133504-133513. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2210480>