

Кванты за пределами квантовой механики

Анхел С. Санц (Испания)

Перевод М.Х. Шульмана (shulman@dol.ru, www.timeorigin21.narod.ru)

arXiv:1202.5181v1 [quant-ph] 23 Feb 2012

Quantumness beyond quantum mechanics

Ángel S. Sanz (asanz@iff.csic.es)

Instituto de Física Fundamental (IFF – CSIC), Serrano 123, 28006 - Madrid, Spain

Бомовская механика позволяет нам понять квантовые системы в свете других квантовых характерных черт (когерентность, дифракция, туннелирование, дискретность, запутывание и т.п.). Обсуждение концентрируется на двух интересных аспектах, которые возникают, когда квантовая механика рассматривается в этом теоретическом контексте: свойство непересекаемости траекторий, которое обеспечивает их различимость без стирания интерференционной картины, и возможность определения “трубок” квантовой вероятности, вдоль которых вероятность сохраняется постоянной. Далее, учитывая это квазигидродинамическое описание как наводящий аргумент, показывается также, как эти представления (концепция и идеи) могут быть непосредственно перенесены на другие области физики (например, передачу света по волноводам).

1. Введение

В настоящее время нет сомнений в том, что квантовая механика может рассматриваться как одна из самых успешных теорий, объясняющих физический мир. Ее применимость простирается от самых фундаментальных физических проблем до приложений в сфере высоких технологий, играющих столь значительную роль в современной жизни. Эта теория, однако, все еще содержит загадки, препятствующие ее глубокому пониманию и ясной интерпретации поведения квантовых систем. Это как-то связано с наиболее признанной копенгагенской интерпретацией квантовой механики [1], которая не только не позволяет нам думать о квантовых системах, как о классических, но даже запрещает это.

Подходящий (хотя, конечно, и не окончательный) способ преодолеть это препятствие предлагает механика Бома [2 – 5]. Согласно такому подходу, квантовые системы могут быть описаны в терминах траекторий, эволюционирующих в конфигурационном пространстве. Эта квантовомеханическая парадигма является не шагом назад к классической точке зрения, а, скорее, некоторым объединяющим уровнем описания квантовых и классических систем, хотя их поведение различается специфическими особенностями, присущими квантовым законам движения. Например, эти законы ограничивают движение в конфигурационном пространстве, связаны соотношением неопределенности, с интерференционными явлениями, дискретностью и другими свойствами, отсутствующими у классических систем. Разумеется, в статистическом пределе, когда выборки результатов усредняются по большому числу таких бомовских траекторий, эти результаты согласуются с результатами стандартной квантовой механики.

С другой стороны, мы, в принципе, обнаруживаем, что нет препятствий для переноса основных идей в механику Бома, а именно – возможности переформулировать квантовую механику как теорию гидродинамического типа, равно как и идеи, возникающие при этом, в другой физический контекст, где основой описания являются волны или распределения. Это своего рода другой путь, близкий к подходу, который рассматривал Madelung [6] в 1926 году, когда он попытался дать гидродинамическую интерпретацию квантовым процессам, основанную на аналогии между ними и классическими гидродинамическими потоками.

Согласно этому подходу, бомовские траектории должны рассматриваться в качестве “маркировочных траекторий”, описывающих движение в жидкости плавающих в ней гипотетических “частиц-маркеров” [7]. Это очень похоже на современные методы исследования потоков, когда траектории определенного числа частиц-маркеров записываются и последовательно анализируются, что позволяет извлечь информацию о поведении потока. Например, с помощью этого метода была обнаружена аномальная диффузия и течения Lévy в двумерных вращающихся потоках [8, 9]. Еще ближе по духу к теме данного обсуждения недавние наблюдения Couder с сотрудниками [10 – 14], а также Bush [15], где был обнаружен классический аналог бомовского движения в виде ассоциаций отскакивающих капелек и поверхностных волн в той же жидкости на вибрирующем поддоне.

Целью настоящей работы является анализ и обсуждение некоторых интересных свойств квантовых систем и их последствий, вытекающих из бомовского описания. Далее, может быть установлена связь между концепцией Бома и ее приложениями или обобщениями на другие неклассические волновые теории. С целью сделать предложенные аргументы более ясными работа структурирована следующим образом. В разделе 2 приводятся основные элементы бомовской модели и выводятся некоторые важные следствия. В разделе 3 обсуждается распространение знаний, извлеченных из механики Бома, на некоторые другие классические волновые теории, такие, как электромагнетизм. В разделе 4 формулируются финальные замечания.

2. Что можно узнать из механики Бома?

2.1. Некоторые элементарные основы

В стандартном подходе Бома [2] обычно начинают с представления волновой функции в полярной форме

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = R(\mathbf{r}, t)e^{iS(\mathbf{r}, t)/\hbar}, \quad (1)$$

и подстановки ее в (одночастичное) нерелятивистское независящее от времени уравнение Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \Psi, \quad (2)$$

откуда получается система двух связанных (но уже действительно-значных) уравнений

$$\frac{\partial R^2}{\partial t} + \nabla \cdot \left(R^2 \frac{\nabla S}{m} \right) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{(\nabla S)^2}{2m} + V - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\nabla^2 R}{R} = 0. \quad (4)$$

Коротко говоря, динамикой ансамбля управляет уравнение непрерывности (сохранения) (3), т.е. число частиц, представляющих плотность вероятности, должно быть постоянным; с другой стороны, квантовое уравнение Гамильтона – Якоби (4) описывает во времени эволюцию фазы поля, которая управляет движением квантовых частиц через уравнение волны-пилота (guidance equation)

$$\mathbf{v}_B = \dot{\mathbf{r}} = \frac{\nabla S}{m}. \quad (5)$$

Таким образом, простое преобразование (1) позволяет нам сделать шаг за рамки стандартной квантовой механики. В ней функция Ψ представляла все, что требовалось для описания и интерпретации экспериментальных результатов; и в боровской механике, с другой стороны, эволюция *частицы-маркера* [7] также рассматривается с учетом Ψ (несущего поля), но с перспективой лучшего понимания динамики квантовой системы.

Далее, то же самое описание может быть формально построено исходя из простого допущения, что эволюция любой квантовой системы может быть отождествлена с диффузией (квантовой) жидкости сквозь конфигурационное пространство, как это впервые предложил Madelung [6]. Следовательно, как и в случае классических потоков, элементарными величинами при таком подходе должны быть плотность (вероятности) квантовой жидкости и ассоциированная плотность потока вероятности $\mathbf{J}$, где обе эти величины связаны уравнением сохранения (непрерывности)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0, \quad (6)$$

Здесь $\mathbf{J} = \rho \mathbf{v}_H$, где $\mathbf{v}_H$ – локальное гидродинамическое поле скоростей. Плотность вероятности и плотность потока вероятности связаны с волновой функцией (1) соотношениями

$$\rho = R^2, \quad \mathbf{J} = R^2 \frac{\nabla S}{m}, \quad (7)$$

а локальное поле скоростей определяется соотношением

$$\mathbf{v}_H = \frac{\mathbf{J}}{\rho} = \frac{\nabla S}{m}, \quad (8)$$

которое эквивалентно боровской скорости $\mathbf{v}_B$ из уравнения (5) (следовательно, можно обе скорости впредь обозначать просто через $\mathbf{v}$). Интегрирование выражения (8) по времени порождает семейство линий потока или путей (для каждой рассматриваемой волновой функции), вдоль которых распространяется квантовая жидкость, в точности так же, как и классическая жидкость. Как можно

убедиться, первое равенство выходит за рамки механики Бомы и позволяет определить линии потока для любой системы, характеризуемой определенной плотностью и вектором переноса сквозь конфигурационное пространство, несмотря на то, описывает ли эта плотность квантовую жидкость или неквантовую.

2.2. Правило непересечения

Одним из наиболее значимых свойств, установленных механикой Бомы, является то, что линии течения квантовых потоков не могут пересекаться в конфигурационном пространстве. То есть в некоторый момент времени t каждая точка конфигурационного пространства обладает однозначно определенным значением локальной скорости, исключая области, где волновые функции имеют узлы (т.е. $\Psi = 0$). Следовательно, две или более бомовские траектории не могут пересекаться в одной и той же точке в данный момент времени t , или, что эквивалентно, *квантовые системы не могут иметь одинаковую конфигурацию в один и тот же момент времени, следуя по различным линиям квантового течения*. В терминах стандартной квантовой механики это значит в точности то, что все пути могут быть однозначно маркированы, хотя они могут быть экспериментально *ненаблюдаемы*, поскольку процесс измерения может повлиять на характер течения и породить альтернативные пути. Соответственно, это радикально изменяет нашу физическую точку зрения на принцип суперпозиции, который утверждает, что любая линейная комбинация решений уравнений Шрёдингера формально является решением того же уравнения. Соответственно, если имеется суперпозиция двух взаимно противоположно распространяющихся волновых пакетов, они могут эволюционировать во времени независимо, а затем рекомбинировать в любой момент времени, определяя, где и когда возникнет интерференционная картина. Формально нет проблем при следовании по этому пути. Однако с (гидро)динамической точки зрения эволюция обоих волновых пакетов должна учитываться совместно для обеспечения наблюдаемости интерференции (реально это и происходит в эксперименте), а это требует, чтобы интерпретация физических явлений не могла быть непосредственно связана с принципом суперпозиции. Бомовская механика обеспечивает нам ответ, основанный на правиле непересечения.

С целью сделать ясным такое утверждение, рассмотрим вышеупомянутые волновые пакеты, представленные двумя расширяющимися гауссовыми волновыми пакетами

$$\Psi(x, t) = \left(\frac{1}{2\pi\tilde{\sigma}_t^2} \right)^{1/4} e^{-(x-x_{cl})^2/4\tilde{\sigma}_t\sigma_0 + ip_0(x-x_{cl})/\hbar + iEt/\hbar}, \quad (9)$$

где зависимость от времени их расплывания дается соотношением

$$\sigma_t = |\tilde{\sigma}_t| = \sigma_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\hbar t}{2m\sigma_0^2} \right)^2}. \quad (10)$$

Волновой пакет (9) распространяется вдоль классической траектории $x_{cl} = x_0 + v_0 t$ (где $v_0 = p_0/m$), тогда как ассоциированные бомовские траектории определяются формулой

$$x(t) = x_{cl} + \frac{\sigma t}{\sigma_0} [x(0) - x_0], \quad (11)$$

где $x(0)$ обозначает начальное положение соответствующую бомовскую траекторию. Как может быть отмечено, имеется два вклада в эволюцию частиц – маркеров, один возникает вследствие классического дрейфа, а другой имеет чисто квантовую природу [16, 17]. Первый заставляет частицу эволюционировать согласно законам лишь классической механики; второй заставляет частицу отклониться таким образом, чтобы ее движение соответствовало эволюции квантовой жидкости. Временная шкала, разделяющая оба типа движения, определяется в этом частном случае характерным временем $\tau \equiv 2m\sigma_0^2/\hbar$ [16, 17]. В зависимости от относительной величины t в сравнении с τ могут быть выявлены три режима (в сравнении с режимами из оптической физики [7]):

- Режим Эренфеста или Гюйгенса ($\tau \equiv 2m\sigma_0^2/\hbar \gg t$): бомовские траектории следуют классическим траекториям (в соответствии с теоремой Эренфеста).
- Ближняя зона, или режим Френеля ($\tau \equiv 2m\sigma_0^2/\hbar > t$): бомовские траектории начинают расходиться со своими классическими аналогами.
- Дальняя зона, или режим Френеля ($\tau \equiv 2m\sigma_0^2/\hbar \ll t$): бомовские траектории характеризуются прямолинейной равномерной эволюцией, обусловленной стационарностью волновой функции вдали от любого потенциала взаимодействия.

Следовательно, изучая топологию, демонстрирующую квантовые траектории, легко заметить, что квантовый поток эволюционирует от изначально узкой формы к линейно расширяющейся за время порядка τ по типу открытой внутренней области с наддувом. Это, однако, не отражает истинную динамику.

С целью понять важность сохранения совместной эволюции обоих волновых пакетов, как указывается принципом суперпозиции, рассмотрим полную волновую функцию

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi_1(\mathbf{r}, t) + \psi_2(\mathbf{r}, t), \quad (12)$$

где функции $\psi_i = \rho_i^{1/2} e^{iS_i/\hbar}$ независимо пронормированы и имеют форму, описанную соотношением (9), причем $x_{2,0} = -x_{1,0} = x_0 > 0$ и $v_{1,0} = -v_{2,0} = v_0 > 0$. Можно заметить, что

$$\rho = \rho_1 + \rho_2 + 2\sqrt{\rho_1\rho_2} \cos \varphi, \quad (13)$$

$$\mathbf{J} = \frac{1}{m} \left[\rho_1 \nabla S_1 + \rho_2 \nabla S_2 + \sqrt{\rho_1\rho_2} \nabla (S_1 + S_2) \cos \varphi + \hbar \left(\rho_1^{1/2} \nabla \rho_2^{1/2} - \rho_2^{1/2} \nabla \rho_1^{1/2} \right) \sin \varphi \right], \quad (14)$$

где $\varphi = (S_2 - S_1)/\hbar$. Подстановка этого выражение в (5) дает уравнение движения

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{1}{m} \frac{\rho_1 \nabla S_1 + \rho_2 \nabla S_2 + \sqrt{\rho_1\rho_2} \nabla (S_1 + S_2) \cos \varphi}{\rho_1 + \rho_2 + 2\sqrt{\rho_1\rho_2} \sin \varphi} + \frac{\hbar}{m} \frac{\left(\rho_1^{1/2} \nabla \rho_2^{1/2} - \rho_2^{1/2} \nabla \rho_1^{1/2} \right) \sin \varphi}{\rho_1 + \rho_2 + 2\sqrt{\rho_1\rho_2} \cos \varphi}. \quad (15)$$

Перекрестный член в (13) и (14) возникает вследствие интерференции плотностей вероятности, связанных с ψ_1 и ψ_2 , в силу допущения о когерентности

суперпозиции (12). Однако, как видно из (15), локальное поле скоростей сохраняет более сложный вид, который не может быть выражен в виде простой суперпозиции, т.е. динамика оказывается гораздо более сложной. Это показано на рис. 1, где волновой пакет для одиночных бомовских траекторий (красные линии) отклоняется от поведения двойного волнового пакета в зоне интерференции. Это можно легко понять, глядя на три графика, изображенных на рис. 2: хотя плотность вероятности (a) не показывает какой-либо связи, поле фазы (b) и локальное поле скоростей (c) немедленно делают очевидными динамические следствия суперпозиции.

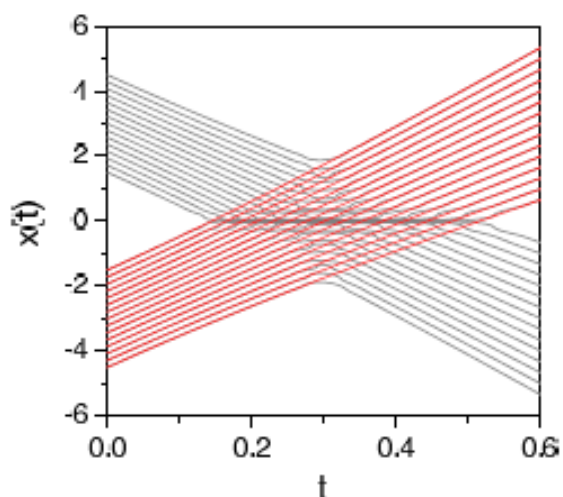


Рисунок 1. Бомовские траектории, ассоциированные с когерентной суперпозицией двух гауссовых волновых пакетов (серые линии) и с одиночным гауссовым волновым пакетом (красные линии).

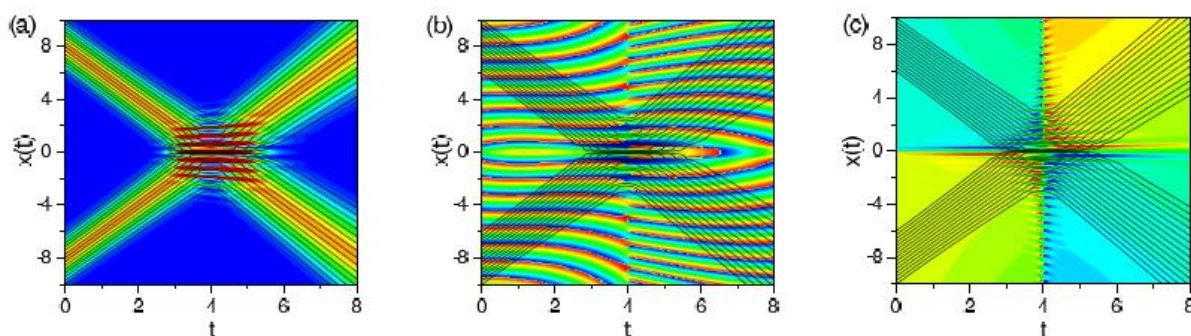


Рисунок 2. Контурные графики, показывающие эволюцию во времени плотности вероятности (a), поля фазы (b) и локального поля скоростей (c) когерентной суперпозиции двух гауссовых волновых пакетов. На каждый график наложены соответствующие бмовские траектории (черные линии).

Важно подчеркнуть, что непересечение имеет место несмотря на присутствие квантового потенциала. Скорее это внутреннее или неотъемлемое свойство, связанное с динамикой, порождаемой условием управления со стороны волны-пилота. В классической механике мы также можем наблюдать нечто подобное, но в фазовом пространстве, где фазовые орбиты не могут пересекаться в одной и той же точке в один и тот же момент времени. В таком случае “управляющее поле” представляет собой классическое действие (на самом деле именно эта идея привела Шрёдингера к построению его волновой теории квантов [18]). Тем не менее, в представленной выше задаче двухволнового пакета непересечение все еще может быть представлено

эффективным потенциалом, действующим на одиночный волновой пакет, в виде отталкивающей стенки и притягивающей области, где оба зависят от времени [17].

2.3. Трубки квантовой вероятности

Возможность изучать квантовые процессы в терминах бомовских траекторий несет с собой другую интересную возможность, а именно возможность определить *трубки квантовой вероятности* [19], т.е. трубки в конфигурационном пространстве, вдоль которых интеграл от плотности вероятности в момент времени t остается постоянным, несмотря на изменения их профиля или формы замкнутых сечений ρ . Чтобы показать это, рассмотрим так называемые *ограниченную вероятность*, определенную как

$$\mathcal{P}(t) \equiv \int_{\Omega} \rho(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r}, \quad (16)$$

которая дает вероятность найти систему в некоторой интересующей нас области Ω соответствующего конфигурационного пространства в момент времени t [20 – 22]. Из стандартной квантовой механики (и при учете дивергенции, или теоремы Остроградского – Гаусса) следует, что вариация со временем $\mathcal{P}(t)$ может быть выражена как

$$\frac{d\mathcal{P}(t)}{dt} = \int_{\Omega} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathbf{r} = - \int_{\Omega} (\nabla \cdot \mathbf{J}) d\mathbf{r} = - \int_{\Sigma} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}, \quad (17)$$

где Σ есть граница области Ω . То есть уменьшение/увеличение $\mathcal{P}(t)$ внутри Ω описывается вытеканием/притеканием потока вероятности через Σ , что учитывается потоком квантовой плотности $\mathbf{J}$. Определение произвольной области Ω в стандартной квантовой механике является делом несложным. Однако как эта область может распространяться во времени с условием, чтобы при этом сохранялась величина $\mathcal{P}(t)$?

Хотя ответ на этот вопрос в классической механике находится быстро с помощью аргументов, основанных на лиувиллевской структуре этой теории [23], но этого нельзя сделать в стандартной квантовой механике, зато можно в бомовской механике, в частности, благодаря ее свойству непересекаемости траекторий. Как показано в различных источниках [19], если поверхность Σ является геометрическим местом, заданным (дискретным или непрерывным) множеством начальных условий, то благодаря условию непересекаемости любая вероятность, заключенная внутри такого множества, будет оставаться постоянной в течение всего последующего времени. Это основано на том факте, что в любой заданный момент времени t нет траекторий внутри или снаружи границы, определенной набором траекторий – *сепаратрис*, способных проникнуть внутрь Ω или выйти за ее пределы. Следовательно, если вероятность $\mathcal{P}(t)$ измеряется в терминах накопления траекторий, охватываемых Σ , т.е.

$$\mathcal{P}(t) \approx \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{r}_i(t) \in \Sigma(t)), \quad (18)$$

это число должно оставаться постоянным в любой момент времени, обусловленным $\Sigma(t)$, оно является причинным отображением $\Sigma(0)$ в момент времени t . Важное следствие этого результата – *любая ограниченная вероятность может быть определена непосредственно из начального состояния, если конечные точки ассоциированных сепаратрис траекторий известны*. Это означает, что в принципе можно определить (или, по крайней мере, оценить) финальные вероятности без выполнения полных вычислений [24], но непосредственно из частной области, покрываемой начальной волновой функцией, причинно связанной с интересующим нас свойством (например, передаваемой амплитудой или дифракционным пиком), поскольку

$$\mathcal{P}_{\infty} = \int_{\Sigma_{\infty}} \rho(\mathbf{r}_{\infty}) d\mathbf{r}_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{\mathbf{r}(t)} \rho[\mathbf{r}(t)] d\mathbf{r}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{P}(t) = \int_{\mathbf{r}_0} \rho[\mathbf{r}_0] d\mathbf{r}_0 = \mathcal{P}_0. \quad (19)$$

Здесь $\rho(\mathbf{r}_{\infty}) d\mathbf{r}_{\infty}$ – это вероятность найти систему удерживаемой в слое конфигурационного пространства, определенного траекториями – сепаратрисами, заканчивающимися при $\mathbf{r}_{\infty}$ и теми, которые заканчиваются при $\mathbf{r}'_{\infty} = [\mathbf{r} + d\mathbf{r}]_{\infty}$. Аналогично, $\rho[\mathbf{r}(t)] d\mathbf{r}(t)$ – это вероятность найти систему удерживаемой в слое конфигурационного пространства, определенного наборами сепаратрис – траекторий $\mathbf{r}(t)$ и $\mathbf{r}'(t) = [\mathbf{r} + d\mathbf{r}](t)$ в момент времени t . Заметим, что, поскольку плотность вероятности оценивается вдоль квантовых траекторий, предпочтительно обозначать ее через $\rho[\mathbf{r}(t)]$ вместо $\rho(\mathbf{r}, t)$, где $\mathbf{r}_{\infty} = \mathbf{r}(t \rightarrow \infty)$.

Чтобы проиллюстрировать этот результат, рассмотрим рассеяние волнового пакета произвольной формы барьером, как показано на рис. 3(а) (детали вычислений см. в [19]). Начальные и финальные плотности вероятности показаны черной и красной сплошными линиями соответственно, тогда как барьер показан синей заштрихованной областью. Распространение идет до тех пор, пока вероятность в этой области, накрытой барьером (внутри-барьерный резонанс) не станет пренебрежимо малой, что лучше видно на рис. 3(б), где показана эволюция во времени вероятностей прохождения (зеленый пунктир), отражения (синий штрих-пунктир) и внутри-барьерного резонанса (красная точечная линия).

Это три ограниченные вероятности, рассмотренные в этом примере, где Ω_{trans} является областью за правым краем барьера, Ω_{res} – область границы между двумя краями барьера, а Ω_{refl} – область слева от барьера. Позже $t \approx 1.15$, $\mathcal{P}_{\text{res}} \approx 0$ и $\mathcal{P}_{\text{trans}}$ демонстрируют свой максимум, асимптотическое значение; $\mathcal{P}_{\text{refl}}$, напротив, демонстрирует свой минимум раньше, при $t \approx 0.75$. Это означает, что $\mathcal{P}_{\infty, \text{trans}}$ может быть вычислена простым выбором в качестве траектории – сепаратрисы бомовской траектории, которая обнаруживает левый хвост прошедшего волнового пакета в части (а) и распространение его назад во времени, как показано на рис. (с). Интегрируя плотность вероятности между положением этой траектории в каждый момент времени и бесконечностью (для практических задач), находим тогда, что $\mathcal{P}_{\infty, \text{trans}}$ остается постоянной все время, как показывает в части (б) прямая черная линия. Рассматривая начальное множество (плотность вероятности), находим (см. часть (д)), что любое начальное

условие справа от начальной сепаратрисы, даст вклад в область прохождения, тогда как начальное условие слева от сепаратрисы даст вклад в траекторию, отвечающую области отражения.

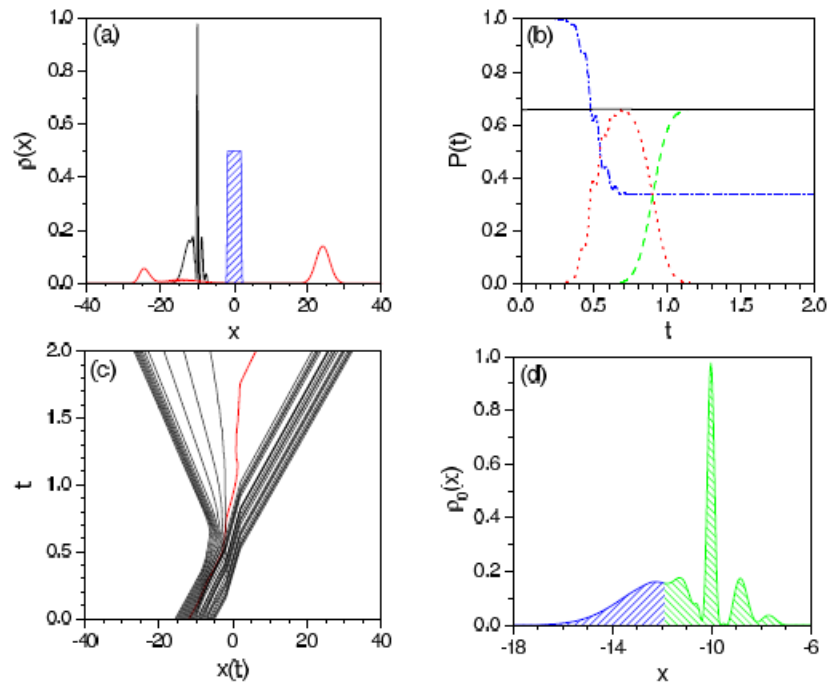


Рисунок 3. Рассеяние общего волнового пакета на прямоугольном потенциальном барьере. (a) Начальная (черная линия) и финальная (красная линия) плотности вероятности; барьер показан голубой заштрихованной линией. (b) Зависимость от времени различных ограниченных вероятностей: вероятности прохождения (зеленая пунктирная линия), отражения (синяя штрих-пунктирная линия) и внутри-барьерного резонанса (красный точечный пунктир) вероятности. Сплошная черная линия обозначает вероятность прохождения, вычисленную непосредственно исходя из начального состояния (см. подробности в тексте). (c) Бомовские траектории, иллюстрирующие динамику туннелирования. Траектория – сепаратриса показана утолщенной красной линией. (d) Расщепление начальной плотности вероятности согласно начальному условию для сепаратрисы: начальные условия в зеленой заштрихованной области дают вклад в прохождение, а начальные условия из синей заштрихованной области – вклад в отражение.

3. Где еще можно применить эту концепцию?

Обычно принято отделять квантовую физику от других волновых теорий, основанных на разнице в интерпретации амплитуд вероятности относительно других типов волн (которые рассматриваются как возмущения, распространяющиеся в данной среде или вакууме). Однако способ, которым эти волновые теории оперируют, является, в сущности, одним и тем же, включающим те же понятия (например, когерентность, интерференцию, дифракцию, туннелирование, дискретность и т.д.) и принципы (например, неопределенности, суперпозиции). Имея это в виду, можно установить что-то типа обратной связи при понимании волновых феноменов обоего типа в целом и квантовых феноменов в частности, опираясь на гидродинамический (бомовский) подход, рассмотренный выше.

Чтобы кратко продемонстрировать, как можно распространить на другие области боровский подход, рассмотрим, например, случай электромагнитного поля. Боровская механика была первоначально сформулирована для описания массивных частиц, позволяя объяснить эксперименты с одиночными частицами типа тех, которые выполнили Merli et al [25], Tonomura et al. [26], или Shimizu et al [27]. Далее, также имеются сходные эксперименты с одиночными фотонами, такими, как эксперимент Dimitrova и Weis [28]. Как показал Prosser [29], это действительно возможно на основании прямого анализ уравнений Максвелла (которое ставит электромагнетизм на тот же уровень, что и волновая механика Шрёдингера [30]). В этом случае, когда электромагнитное поле¹ определено электрическим полем $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и магнитным полем $\mathbf{H}(\mathbf{r})$, два ключевых элемента, необходимых для определения соответствующих линий потока, это плотность электромагнитной энергии и вектор Пойнтинга (плотность потока электромагнитной энергии), т.е.

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{4} [\epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) + \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H}^*(\mathbf{r})] . \quad (20)$$

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \text{Re} [\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r})] , \quad (21)$$

соответственно. Поскольку плотность электромагнитной энергии переносится сквозь пространство в виде вектора Пойнтинга, локальное поле скоростей может быть определено [31] по аналогии с (8) в виде

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r})\mathbf{v}, \quad (22)$$

откуда линии потока электромагнитной энергии или траектории фотонов получаются путем интегрирования уравнения

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = \frac{1}{c} \frac{\mathbf{S}(\mathbf{r})}{U(\mathbf{r})}, \quad (23)$$

вдоль длины дуги s (которую можно отождествить с собственным временем $\tau = s/c$, где c - скорость света). С помощью этой процедуры была исследована интерференция дифрагирующих поляризованных пучков, что показало хорошее согласие с экспериментами, выполненными позже по определению усредненных траекторий фотонов [34].

Предшествующее обсуждение было связано с уравнениями Максвелла. Однако нет необходимости оставаться на этом уровне, чтобы определить линии гидродинамического потока. Как упоминалось выше, это можно сделать на любом уровне, где элементарным средством описания являются волновые уравнения. Так, рассмотрим, например, прохождение светового импульса по волноводу при малом угле или даже в параксиальном приближении [31]. Предполагая, что оптическая ось ориентирована вдоль оси z , и электромагнитное поле, проходящее сквозь волновод, является гармоническим, это поле может быть аппроксимировано плоской волной вдоль оси z , модулированной некоторой комплекснозначной амплитудой

¹ Здесь для простоты рассмотрен случай независимых от времени полей, хотя в общем случае может быть рассмотрен случай поля, зависящего от времени.

$$\Phi(\mathbf{r}) = \phi(\mathbf{r})e^{ik_z z}, \quad (24)$$

где $k_z = n_0 k$, $k = 2\pi/\lambda$, λ - длина волны в вакууме, и n_0 - индекс преломления среды. Подставляя это выражение в уравнение Гельмгольца

$$\nabla^2 \Phi + n^2 k^2 \Phi = 0, \quad (25)$$

где n - индекс преломления внутри волновода, получаем

$$2ik_z \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\nabla_{\perp}^2 \phi + (k_z^2 - n^2 k^2) \phi, \quad (26)$$

где $\nabla_{\perp}^2$ - поперечная часть лапласиана (например, в декартовых координатах она имеет вид $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$). Если, исходя из параксиального приближения, предполагается также, что огибающая изменяется медленно (т.е. амплитуда ϕ медленно изменяется в пространстве в сравнении с $2\pi/k_z$), то наивысшим порядком производной по z можно пренебречь (считая $\partial^2 \phi / \partial z^2 \approx 0$), и уравнение (26) может быть переписано в виде

$$i \frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\nabla_{\perp}^2 \phi}{2k_z} + \frac{k}{2n_0} (n_0^2 - n^2) \phi. \quad (27)$$

Это уравнение в действительности изоморфно уравнению Шрёдингера, причем z играет роль параметра эволюции (вместо времени t), а $k_z = n_0 k$ - роль "оптической массы". Уравнение (27) было использовано, например, в ходе исследований по оптимизации условий прохождения света в волноводе [35 – 37]. Однако с точки зрения нашего обсуждения оно также несет возможность определить семейство *оптических линий потока*, если импульс $\phi(\mathbf{r})$ выражен в полярной форме как $\phi(\mathbf{R}, z) = \rho^{1/2}(\mathbf{R}, z) e^{iS(\mathbf{R}, z)}$, где $\mathbf{R}$ обозначает вектор, перпендикулярный направлению распространению (z). В этом случае локальное поле скоростей может быть представлено в виде

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{R}}{dz} = \frac{\nabla_{\perp} S}{k_z}, \quad (28)$$

что дает такие линии потока при интегрировании по z .

На рис. 4 мы видим пример того, как эти траектории выглядят в частном случае Y-образного волновода [38], который расщепляет начальный световой импульс (красная линия) на два возникающих импульса (черные линии), как видно на диаграмме (а). На диаграмме (б) показано, что здесь электромагнитный поток следует правилу непересечения, которое позволяет различить различные пути (и, следовательно, также определить трубки плотности) без возмущения эксперимента и в соответствии с экспериментом, который выполнил Kocsis et al. [34]. Действительно, на диаграмме (с) показано укрупненное изображение поведения, воспроизводящего внутреннее отражение (внутри волновода), хотя по сравнению с геометрическими лучами оптические линии потока следуют

волновому поведению, диктуемому импульсом внутри волны, подвергаясь воздействию дифракции и интерференции.

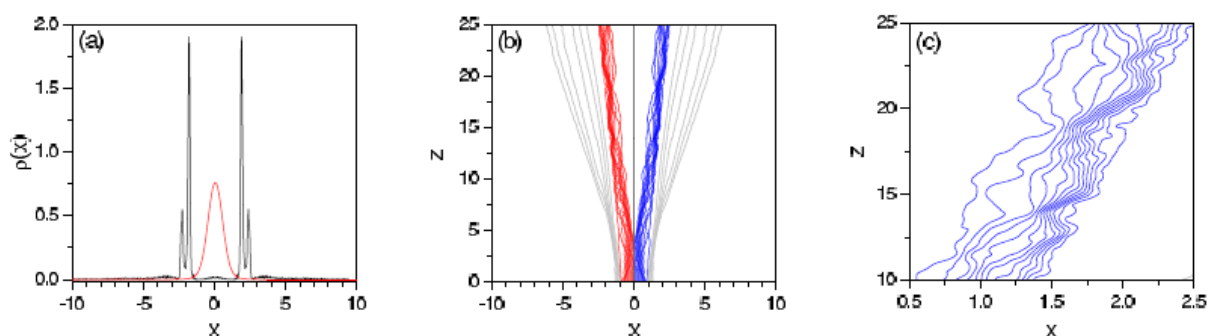


Рисунок 4. Прохождение света через волновод Y-образной формы. (a) Начальная (черная линия) и финальная (красная линия) плотности вероятности. (b) Оптические линии потока, иллюстрирующие динамику внутри волновода. (c) Укрупненное изображение части (b).

4. Финальные замечания

Мы использовали для анализа ту мысль, что квантовая механика занимается малыми объектами. Однако это результат недопонимания. В качестве примера рассмотрим картину интерференции, которая может быть получена для больших органических молекул [39] или конденсата Бозе – Эйнштейна [40, 41]. Такое недопонимание идет от технологических несовершенств в прошлом, когда квантовая механика только развивалась, равно как и ее интерпретации типа *черного ящика* (подобно копенгагенской концепции). Возможность получить интерференцию и дифракцию для больших объектов, частица за частицей, требует новых точек зрения и интерпретаций, которые могут выйти за доступные ныне пределы.

В этом смысле роль бомовской механики как теории квантового движения, которая описывает эволюцию частиц – маркеров при их движении вдоль квантовых потоков (т.е. потоков, ассоциируемых с диффузией волновой функции в конфигурационном пространстве), является весьма востребованной. Даже если на статистическом уровне мы получаем те же самые предсказания, которые дает и стандартная квантовая механика, то возможность квазигидродинамического анализа демонстрирует объясняющие свойства типа непересекаемости линий и др., делающие понятными свойства квантового физического мира за пределами имеющихся концептуальных ограничений.

Далее, такие подходы должны быть также распространены на другие сферы физики, чтобы помочь нам обрести иные точки зрения на хорошо известные процессы и явления. Это, как было показано, случай так называемого классического электромагнетизма. В этом случае было развито не только теоретическое описание процесса эволюции электромагнитной энергии в пространстве, но также и предложены эксперименты для проверки предложенных моделей [34]. Разумеется, нет сомнений в важности этих подходов с педагогической точки зрения [42], позволяющих связать распределение энергии (вероятность) в пространстве с ее диффузией (плотности потоков).

Наконец, я бы хотел завершить эту публикацию простым, но ясным соображением. Обычно есть тенденция думать только над теми физическими проблемами, которые непосредственно связаны с конкретными физическими приложениями и, следовательно, тратить на них время и силы. Разумеется, это законный подход, учитывающий имеющиеся силы и средства в соответствии с

заданной целью. Однако такая стратегия неприменима при достижении углубленной физической теории и более глубокого понимания соответствующих проблем. Именно это и происходит с квантовой механикой и, более общо, с волновыми теориями. Сегодня никто не ставит вопрос об их применимости, но все меньше и меньше становится исследователей, сталкивающихся с проблемами понимания квантового мира и связанных с ними парадоксов, противоречащих нашей интуиции, которая *сформировалась* под влиянием классического мира.

Благодарности

Автор хотел бы поблагодарить [Gerhard Grössing](#) за приглашение участвовать в конференции “Эмерджентная квантовая механика” совместно с 5-м Конгрессом [Heinz von Foerster](#), прошедшим в Вене, так же как за его (и [Sigfried Fussy](#), [Johannes Mesa Pascasio](#) и [Herbert Schwabl](#)) гостеприимство и интересные дискуссии во время этого события. Кроме того, автор хотел бы также выразить признательность проф. [Basil Hiley](#) и [Helmut Rauch](#) за вдохновляющее обсуждение и интересные вопросы. Данная работа была поддержана Министерством экономики и промышленности (Испания) в рамках проектов [FIS2010-18132](#), [FIS2010-22082](#) и [FIS2011-29596-C02-01](#), равно как и [COST Action MP1006](#) (*Фундаментальные проблемы в квантовой физике*). Автор также благодарен Министерству экономики и промышленности за исследовательское сообщество “[Ramón y Cajal](#)”.

Ссылки

- [1] Greenberger D, Hentschel K and Weinert F (Eds) 2009 *Compendium of Quantum Physics: Concepts, Experiments, History and Philosophy* (Berlin: Springer)
- [2] Bohm D 1952 *Phys. Rev.* **85** 166
- [3] Bohm D 1952 *Phys. Rev.* **85** 180
- [4] Holland P R 1993 *The Quantum Theory of Motion* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [5] Bohm D and Hiley B J 1993 *The Undivided Universe* (New York: Routledge)
- [6] Madelung E 1926 *Z. Phys.* **40** 322
- [7] Sanz A S and Miret-Artés S 2012 *Am. J. Phys.* (at press);
- 2011 Quantum phase analysis with quantum trajectories: A step towards the creation of a Bohmian thinking *Preprint* arXiv:1104.1296
- [8] Solomon T H, Weeks E R and Swinney H L 1993 *Phys. Rev. Lett.* **71** 3975
- [9] Klafter J, Shlesinger M F and Zumofen G 1996 *Phys. Today* **49** 33
- [10] Couder Y, Protière S, Fort E and Boudaoud A 2005 *Nature* **437** 208
- [11] Protière S, Boudaoud A and Couder Y 2006 *J. Fluid. Mech.* **554** 85
- [12] Couder Y and Fort E 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 154101
- [13] Eddi A, Fort E, Moisy F and Couder Y 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 240401
- [14] Fort E, Eddi A, Boudaoud A, Moukhtar J and Couder Y 2010 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **108** 17515
- [15] Bush J W M 2010 *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **107** 17455
- [16] Sanz A S and Miret-Artés S 2007 *Chem. Phys. Lett.* **445** 350
- [17] Sanz A S and Miret-Artés S 2008 *J. Phys. A: Math. Theor.* **41** 435303
- [18] Sanz A S and Miret-Artés S 2012 *A Trajectory Description of Quantum Processes. I. Fundamentals* (Berlin: Springer)
- [19] Sanz A S and Miret-Artés S 2011 Determining final probabilities directly from the initial state *Preprint* arXiv:1104.1296
- [20] Sanz A S, Giménez X, Bofill J M and Miret-Artés S 2009 *Chem. Phys. Lett.* **478** 89
- [21] Sanz A S, Giménez X, Bofill J M and Miret-Artés S 2010 *Chem. Phys. Lett.* **488** 235
- [22] Sanz A S, López-Durán D and González-Lezana T 2012 *Chem. Phys.* doi:10.1016/j.chemphys.2011.07.017
- [23] Gutzwiller M C 1990 *Chaos in Classical and Quantum Mechanics* (New York: Springer-Verlag)
- [24] Sanz A S and Miret-Artés S 2011 *J. Phys. A: Math. Theor.* **44** 485301

- [25] Merli P G, Missiroli G F and Pozzi G 1976 *Am. J. Phys.* **44** 306
- [26] Tonomura A, Endo J, Matsuda T, Kawasaki T and Ezawa 1989 *Am. J. Phys.* **57** 117
- [27] Shimizu F, Shimizu K and Takuma H 1992 *Phys. Rev. A* **46** R17
- [28] Dimitrova T L and Weis A 2008 *Am. J. Phys.* **76** 137
- [29] Prosser R D 1976 *Int. J. Theor. Phys.* **15** 169
- [30] Scully M O and Zubairy S 1997 *Quantum Optics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- [31] Born M and Wolf E 1999 *Principles of Optics. Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* 7th ed (Cambridge: Cambridge University Press)
- [32] Sanz A S, Davidović M, Božić M and Miret-Artés S 2010 *Ann. Phys.* **325** 763
- [33] Božić M, Davidović M, Dimitrova T L, Miret-Artés S, Sanz A S and Weis A 2010 *J. Russ. Laser Res.* **31** 117
- [34] Kocsis S, Braverman B, Ravets S, Stevens M J, Mirin R P, Shalm L K and Steinberg A M 2011 *Science* **332** 1170
- [35] Pant D K, Coalson R D, Hernández M I and Campos-Martínez J 1998 *J. Light. Tech.* **16** 292
- [36] Pant D K, Coalson R D, Hernández M I and Campos-Martínez J 1999 *Appl. Opt.* **38** 3917
- [37] Campos-Martínez J and Coalson R D 2003 *Appl. Opt.* **42** 1732
- [38] Sanz A S, Campos-Martínez J and Miret-Artés S 2012 *J. Opt. Am. Soc. A* (at press);
2011 Transmission properties in waveguides: An optical streamline analysis *Preprint* arXiv:1108.4964
- [39] Gerlich S, Eibenberger S, Tomandl M, Nimmrichter S, Hornberger K, Fagan P J, Tüxen J, Mayor M and Arndt M 2011 *Nat. Commun.* **2** 263
- [40] Andrews M R, Townsend C G, Miesner H J, Durfee D S, Kurn D M and Ketterle W 1997 *Science* **275** 637
- [41] Schumm T, Hofferberth S, Andersson L M, Wildermuth S, Groth S, Bar-Joseph I, Schmiedmayer J and Krüger P 2005 *Nature Phys.* **1** 57
- [42] Wünscher T, Hauptmann H and Hermann F 2002 *Am. J. Phys.* **70** 599