Экспериментальная проверка нелокального реализма

Гроблахер и др. (Австрия, Польша)

Перевод М.Х. Шульмана (shulman@dol.ru, www.timeorigin21.narod.ru)

---

arXiv:0704.2529v2 [quant-ph] 6 Aug 2007

An experimental test of non-local realism

Simon Gröblacher,[1,2] Tomasz Paterek,[3,4] Rainer Kaltenbaek,[1] Časlav Brukner,[1,2]
Marek Żukowski,[1,3] Markus Aspelmeyer,[1,2,*] and Anton Zeilinger[1,2,†]

[1]Faculty of Physics, University of Vienna, Boltzmanngasse 5, A-1090 Vienna, Austria
[2]Institute for Quantum Optics and Quantum Information (IQOQI),
Austrian Academy of Sciences, Boltzmanngasse 3, A-1090 Vienna, Austria
[3]Institute of Theoretical Physics and Astrophysics,
University of Gdansk, ul. Wita Stwosza 57, PL-08-952 Gdansk, Poland
[4]The Erwin Schrödinger International Institute for Mathematical Physics (ESI), Boltzmanngasse 9, A-1090 Vienna, Austria

* Electronic address: markus.aspelmeyer@quantum.at
† Electronic address: zeilinger-o_ce@quantum.at

Большинство работающих ученых сохраняют приверженность концепции “реализма” – точке зрения, согласно которой внешняя реальность существует независимо от наблюдения. Но квантовые физики частично утратили веру в этот краеугольный камень науки. Согласно теореме Белла любая теория, основанная на совокупности гипотез реализма и локальности (последнее означает невозможность для локальных событий взаимодействовать через пространственно-подобные области), противоречит некоторым квантовым предсказаниям. Эксперименты с запутанными парами частиц подтвердили эти предсказания и, тем самым, отвергли *локальные* реалистические теории. Поддержка реализма как фундаментальной концепции требует, следовательно, необходимости использования 'загадочного (spooky)' действия на расстоянии, что несовместимо с локальностью.

В данной статье как теоретически, так и экспериментально показано, что широкий и естественный класс таких нелокальных реалистических теорий несовместим с с экспериментально наблюдаемыми квантовыми корреляциями. В эксперименте авторы измеряют предварительно непроверенные корреляции между двумя запутанными фотонами и показывают, что эти корреляции нарушают предложенное Леггеттом неравенство для нелокальных реалистических теорий. Этот результат предполагает, что принятия концепции локальности недостаточно для совместимости с квантовыми экспериментами, если не отказаться от некоторых интуитивных свойств реализма [1].

Физический реализм предполагает, что результаты наблюдений являются следствием свойств, которыми обладают физические системы. Оказывается неожиданным, что это положение мало подвергается сомнениям, поскольку его значение далеко выходит за рамки науки. Однако квантовая физика подвергает эту концепцию глубокому сомнению. С целью поддержки реалистического описания природы обсуждались нелокальные теории со скрытыми параметрами в качестве возможного дополнения квантовой теории. Они предлагают объяснение внутренних квантовых явлений – прежде всего, квантового запутывания [2] – нелокальными влияниями. Однако до сего времени было невозможно проверить такие теории экспериментально. В данной работе представлено неравенство, сходное по духу с неравенством CHSH-неравенством [3] для локальных скрытых параметров, которое позволяет проверить важный класс нелокальных теорий со скрытыми параметрами в сравнении с квантовой теорией. Тестируемые теории предлагают объяснение всех двухкубитных Белл-экспериментов. Вывод авторов основан на недавно открытой теореме несовместимости Леггетта [4], которая здесь расширена так, чтобы сделать ее пригодной для реальной экспериментальной ситуации и допускающей также одновременные тесты всех локальных моделей со скрытыми параметрами. Наконец, авторы выполнили эксперимент, в котором нарушается новое неравенство и, следовательно, впервые исключается широкий класс теорий с нелокальными скрытыми параметрами.

Квантовая теория дает лишь вероятностные предсказания для индивидуальных событий. Можно ли это преодолеть? Точка зрения Эйнштейна [5, 6] состояла в том, что квантовая теория не обеспечивает полного описания физической реальности: “В то время, как мы показали, что волновая функция не обеспечивает полного описания физической реальности, мы оставляем открытым вопрос, существует или нет подобное описание. Мы, однако, верим, что такая теория возможна” [5]. Остается открытым вопрос, может ли теория быть полной в том смысле, который имел в виду Эйнштейн [7]. Если так, то могут существовать более полные теории, основанные объективных свойствах физических систем. Такие модели называют теориями со скрытыми параметрами.

Теорема Белла [8] доказывает, что все теории со скрытыми параметрами, основанные на гипотезах локальности и реализма, расходятся с предсказаниями квантовой физики. Локальность запрещает любое взаимовлияние между событиями, разделенными пространственно-подробным интервалом, тогда как реализм утверждает, что все результаты измерений зависят от пред-существующих свойств объектов, которые независимы от измерений. Более утонченные версии теоремы Белла – CHSH [3] и CH [9,10] исходят из допущений о локальном реализме и приводят к неравенствам для набора статистических корреляций (значений математических ожиданий), которые должны выполняться для всех локальных реалистических теорий со скрытыми параметрами. Эти неравенства нарушаются квантовомеханическими предсказаниями. Гринбергер, Хорн и Цайлингер [11, 12] показали, что уже идеальные корреляции системы с как минимум тремя частицами несовместимы с этими допущениями. До настоящего времени все эксперименты, мотивированные этими теоремами, полностью согласуются с квантовыми предсказаниями [13 – 18]. В некоторых случаях возникали ловушки, которые позволяли объяснить наблюдаемые корреляции локальными реалистическими теориями. В частности, идеальный Белл-эксперимент должен быть выполнен с помощью детекторов с достаточно высокой эффективностью (чтобы избежать “ловушки детектирования”) и с экспериментальными настройками (settings), которые выбраны случайно в областях, разделенных пространственно-подобным интервалом (“ловушка локальности”). После первого успешного Белл-эксперимента Фридмана и Клаузера [13] более поздние опыты непрерывно улучшали степень преодоления ловушки локальности [15, 16, 19, 20] с одной стороны и ловушки детектирования с другой [17, 21] с другой стороны. Следовательно, можно считать нарушение локального реализма хорошо установленным фактом.

Логический вывод, который можно сделать из нарушения локального реализма, состоит в том, что по крайней мере одно из двух допущений неверно. В частности, ни локальность, ни реализм по отдельности и вместе не могут обеспечить основополагающий базис для квантовой теории. Каждая из двух возможных результирующих позиций имеет в научном сообществе стойких сторонников и противников. Однако теорема Белла является беспристрастной по отношению к обеим точкам зрения: на базе этой теоремы нельзя даже в принципе отдать предпочтение одной из них. Следовательно, важно задаться вопросом, могут ли быть установлены теоремы несовместимости, подобные теореме Белла, в которых по крайней мере одна из этих концепций отсутствует. Данная статья посвящена широкому классу нелокальных теорий со скрытыми параметрами, которые основаны на очень правдоподобных версиях реализма и которые предлагают объяснение для всех существующих Белл-экспериментов. Тем не менее, демонстрируется, что и теория, и эксперимент конфликтуют с квантовыми предсказаниями и наблюдаемыми результатами. Следуя недавно предложенному подходу Леггетта [4], который ввел класс нелокальных моделей и сформулировал теорему несовместимости, авторы проанализировали ее допущения и вывели неравенство, справедливое для таких теорий, которое может быть проверено экспериментально. Кроме того, этот эксперимент допускает одновременную проверку всех локальных моделей со скрытыми параметрами – то есть данные измерений не могут быть объяснены ни локальной реалистической моделью, ни рассмотренным классом нелокальных моделей.

Исследуемые теории описывают эксперименты с парами частиц. Для целей авторов достаточно обсудить двумерные квантовые системы. Поэтому описание фокусируется на поляризационных степенях свободы фотонов. Теории базируются на следующих допущениях: (1) все результаты измерений определены предсуществующими свойствами частиц, независимыми от измерения (реализм); (2) физические состояния представляют собой статистические смеси субансамблей с определенной поляризацией, где (3) поляризация определена так, что значения математических ожиданий, взятые для каждого субансамбля, подчиняются закону Малюса (т.е. хорошо известной косинусоидальной зависимости интенсивности поляризованного луча за идеальным поляризатором).

Эти предположения в некотором смысле привлекательны, потому что они предлагают естественное объяснение квантовомеханических разделимых состояний (поляризационные состояния тоже подчиняются закону Малюса). Кроме того, они не требуют в явном виде локальности; т.е. результаты измерения могут очень хорошо зависеть от параметров в пространственно-подобно разделенных областях. Как следствие, такие теории могут объяснить важные свойства квантовомеханических запутанных (неразделенных) состояний двух частиц (некоторую специальную модель можно найти в Приложении I): во-первых, они не позволяют передавать информацию быстрее скорости света; во-вторых, они воспроизводят идеальные корреляции для всех измерений в тех же базисах, что является фундаментальным свойством синглетного состояния Белла; и, в-третьих, они предлагают модель для всех таким образом выполненных экспериментов, в которых нарушено CHSH-неравенство. Тем не менее, будет показано, что все модели, основанные на допущениях (1) – (3), расходятся с другими квантовыми предсказаниями.

Общая ситуация с такими моделями следующая: предложение (1) требует, чтобы некоторый индивидуальный результат дихотомичного измерения A для поляризационного измерения вдоль направления $\vec{a}$ (то есть, поглощается или проходит через поляризатор с заданным углом одиночный фотон) был задан некоторым набором скрытых параметров λ и трехмерным вектором $\vec{u}$, а также некоторыми другими (возможно, нелокальными) параметрами η (например, настройками измерения в удаленной области, отделенной пространственно-подобным интервалом) – т.е., $A = A(\lambda, \vec{u}, \vec{a}, \eta)$. Согласно допущению (3), частицы с тем же самым $\vec{u}$, но другим λ образуют субансамбли с “определенной поляризацией”, описываемые распределением $\rho_{\vec{u}}(\lambda)$. Математическое ожидание $\overline{A}(\vec{u})$, полученное при усреднении по λ, удовлетворяет закону Малюса, т.е. $\overline{A}(\vec{u}) = \int d\lambda \rho_{\vec{u}}(\lambda) A(\lambda, \vec{u}, \vec{a}, \eta) = \vec{u} \cdot \vec{a}$. Наконец, при выполнении допущения (2) измеренное математическое ожидание для общего физического состояния дается усреднением по распределению $F(\vec{u})$ субансамблей, т.е. $\langle A \rangle = \int d\vec{u} F(\vec{u}) \overline{A}(\vec{u})$.

Рассмотрим конкретный источник, который излучает пары фотонов с хорошо определенной поляризацией $\vec{u}$ и $\vec{v}$ в лабораториях Алисы и Боба соответственно. Локальные результаты измерения поляризации A и B полностью определены вектором поляризации, дополнительным набором скрытых параметров λ, характеризующих источник, и любым набором параметров η вне источника. Из соображений ясности мы выберем явную нелокальную зависимость результатов от настроек $\vec{a}$ и $\vec{b}$ измерительных устройств. Заметим, однако, что это как раз пример возможной нелокальной зависимости, и что можно выбрать любой другой набор η. Каждая эмитированная пара полностью определена распределением $\rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda)$ субансамбля. В соответствии с допущением (3) мы накладываем следующие условия на предсказания для локальных средних таких измерений (все поляризации и направления измерений представлены векторами на сфере Пуанкаре [22]):

$$\overline{A}(\vec{u}) = \int d\lambda \rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda) A(\vec{a}, \vec{b}, \lambda) = \vec{u} \cdot \vec{a} \quad (1)$$

$$\overline{B}(\vec{v}) = \int d\lambda \rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda) B(\vec{b}, \vec{a}, \lambda) = \vec{v} \cdot \vec{b} \quad (2)$$

Важно отметить, что справедливость закона Малюса накладывает условие бессигнальности на исследуемые нелокальные модели, поскольку значения локальных математических ожиданий зависят только от локальных параметров. Функция корреляции результатов измерения для источника, эмитирующего фотоны с хорошо определенной поляризацией, определяется как среднее для произведений индивидуальных результатов измерений:

$$\overline{AB}(\vec{u}, \vec{v}) = \int d\lambda \rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda) A(\vec{a}, \vec{b}, \lambda) B(\vec{b}, \vec{a}, \lambda) \quad (3)$$

Для общего источника, формирующего смеси поляризованных фотонов, наблюдаемые корреляции усредняются по распределению поляризаций $F(\vec{u}, \vec{v})$, и общая корреляционная функция дается соотношением:

$$E = \langle AB \rangle = \int d\vec{u} d\vec{v} F(\vec{u}, \vec{v}) \overline{AB}(\vec{u}, \vec{v}) \quad (4)$$

Очень важным свойством такой модели является то, что существуют субансамбли с определенными поляризациями (независимо от измерений), и что предсказания для этих субансамблей согласуются с законом Малюса. Ясно, что среди других классов нелокальных теорий, возможно, даже полностью соответствующих всем квантовомеханическим предсказаниям, могут существовать и такие, что не имеют этого свойства при воспроизведении запутанных состояний. Такие теории могут, например, включать дополнительные коммуникации [23] или размерности [24]. Особый случай, заслуживающий комментария, это теория Бома [25]. Там нелокальные корреляции являются следствием нелокального квантового потенциала, который оказывает подходящий момент на частицы и приводит к экспериментальным результатам, согласующимся с квантовой механикой. В этой теории ни одна из двух частиц в максимально запутанном состоянии не несет никакого углового момента вообще, выходя из источника [26]. Напротив, в модели Леггетта имеется полный ансамбль, который не несет углового момента, что является следствием усреднения по хорошо определенным угловым моментам (поляризациям) индивидуальных частиц.

Теории, описываемые здесь, несовместимы с квантовой теорией. Базовая идея теоремы о несовместимости [4] использует следующее тождество, справедливое для любых чисел $A=\pm 1$ и $B=\pm 1$:

$$-1+|A+B|=AB=1-|A-B| \tag{5}$$

Можно применить это тождество к дихотомическим результатам измерения $A=A(\vec{a},\vec{b},\lambda)=\pm 1$ и $B=B(\vec{b},\vec{a},\lambda)=\pm 1$. Это тождество выполняется, даже если значения A и B взаимно зависят друг от друга. Например, значение конкретного результата A может зависеть от значения реально полученного результата B. Напротив, при выводе CHSH-неравенства было необходимо предположить, что A и B взаимно независимы. Следовательно, любой тип нелокальных зависимостей, используемых в данном классе теорий, является допустимым. Взяв среднее по субансамблям с хорошо определенными поляризациям, получим

$$-1+\int d\lambda \rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda)|A+B|=\int d\lambda \rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda)AB=1-\int d\lambda \rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda)|A-B| \tag{6}$$

Обозначая эти средние черточками сверху, приходим к более короткому выражению:

$$-1+\overline{|A+B|}=\overline{AB}=1-\overline{|A-B|} \tag{7}$$

Поскольку среднее модулей больше или равно, чем модуль от средних, получаем совокупность неравенств:

$$-1+|\overline{A}+\overline{B}|\leq\overline{AB}\leq 1-|\overline{A}-\overline{B}| \tag{8}$$

Подставляя уравнения (1) и (2), выражающие закон Малюса, а также используя выражение (4), мы получаем совокупность неравенств для экспериментально доступных функций корреляции (см. подробности в Приложении II). В частности, если мы даем Алисе выбрать ее наблюдаемую из совокупности двух настроек $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$, а Бобу – из совокупности трех настроек $\vec{b}_1$, $\vec{b}_2$ и $\vec{b}_3=\vec{a}_2$, то получаем следующее обобщенное неравенство типа неравенства Леггетта:

$$S_{NLHV} = |E_{11}(\varphi) + E_{23}(0)| + |E_{22}(\varphi) + E_{23}(0)| \leq 4 - \frac{4}{\pi}|\sin\frac{\varphi}{2}| \quad (9)$$

где $E_{kl}(\varphi)$ - равномерное среднее по всем функциям корреляции, определенным в плоскости с $\vec{a}_k$ и $\vec{b}_l$ с одним и тем же разностным углом φ; нижний индекс NLHV обозначает "нелокальные скрытые параметры (non-local hidden variables)". Для применяемого неравенства векторы $\vec{a}_1$ и $\vec{b}_1$ с необходимостью лежат в плоскости, которая ортогональна плоскости, заданной векторами $\vec{a}_2$ и $\vec{b}_2$. Это отличается от стандартной экспериментальной конфигурациии, используемой для проверки CHSH-неравенства, которое максимально нарушается для настроек в одной плоскости.

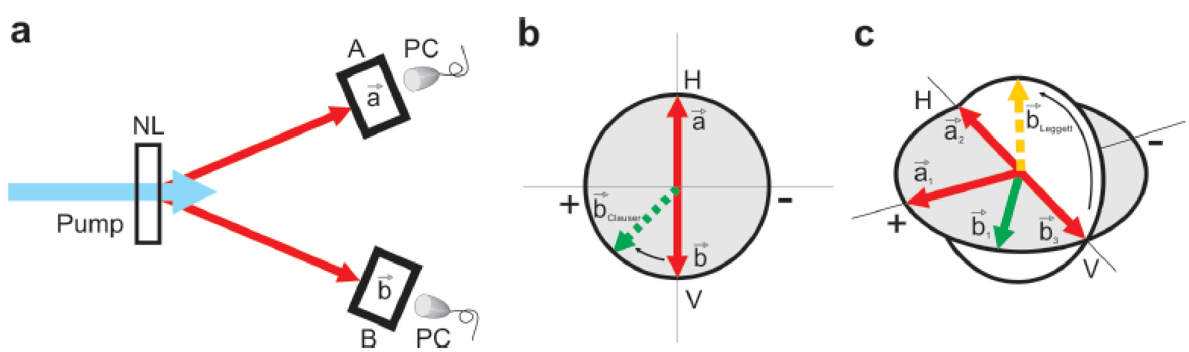

Рисунок 1: Тестирование нелокальных теорий со скрытыми параметрами.

(a) Диаграмма стандартного двухфотонного эксперимента для проверки теорий со крытыми параметрами. При накачке нелинейного кристалла (NL) сильным полем в процессе преобразования с понижением частоты (SPDC) создаются пары фотонов, и их поляризация детектируется однофотонными счетчиками (PC). Локальные измерения A и B выполняются вдоль направлений $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на сфере Пуанкаре, соответственно. В зависимости от направлений измерения полученные корреляции могут быть использованы для проверки неравенств Белла (диаграмма "b") или неравенства типа Леггетта (диаграмма "c").
(b) Корреляции в одной плоскости. Показаны измерения вдоль направлений, лежащих в одной плоскости на сфере Пуанкаре (H – горизонтальная поляризация, V – вертикальная поляризация). В оригинальных экспериментах Wu и Sakhnov [27], а также Kocher и Commins [28], предназначенных для проверки квантовых предсказаний для коррелированных фотонных пар, получены идеальные корреляции (сплошные линии). Измерения вдоль пунктирной линии обеспечивают тест Белла ($b_{Clauser}$), что впервые осуществили Freedman и Clauser [13].
(c) Корреляции в ортогональных плоскостях. Все текущие экспериментальные тесты нарушения неравенства Белла (CHSH) выполняются в затушеванной плоскости. Измерения вне этой плоскости требуются для прямой проверки класса теорий с нелокальными скрытыми параметрами, как впервые предложил Леггетт ($b_{Leggett}$).

Эта ситуация в чем-то похожа на парадокс Эйнштейна, Подольского и Розена (ЭПР) перед доказательством теоремы Белла и ее первыми экспериментальными проверками. Эксперименты Wu и Sakhnov [27], а также Kocher и Commins [28] были предназначены для проверки квантовых предсказаний корреляции для фотонных пар. Так как эта задача требовала только проверки корреляции вдоль одного и того же направления поляризации, их результаты не могли обеспечить экспериментальные данные для вновь выведенных неравенств Белла (рис. 1a, 1b). Любопытно, как показали CHSH, что лишь небольшая модификация направлений измерения, такая, что давала неидеальные корреляции запутанного состояния, была достаточной для проверки неравенств Белла. Основополагающий эксперимент Фридмана и Клаузера [13] был первым и прямым и успешным тестом [29]. Сегодня все Белл-тесты – т.е. тесты локального реализма – выполнены с проверкой корреляции вдоль направлений, которые лежат в одной и той же плоскости на сфере Пуанкаре. Подобно предшествующему случаю, нарушение неравенства типа Леггетта требует только малых изменений этой конфигурации: чтобы проверить неравенство, нужно выполнить измерения корреляций в двух ортогональных плоскостях (рис. 1c). Следовательно, существующие данные всех Белл-тестов не могут быть использованы для проверки рассмотренного выше класса нелокальных теорий.

Квантовая теория нарушает неравенство (9). Рассмотрим квантовые предсказания для синглетного поляризованного состояния двух фотонов $|\Psi^-\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}[|H\rangle_A|V\rangle_B - |V\rangle_A|H\rangle_B]$, где, например, $|H\rangle_A$ обозначает горизонтально поляризованный фотон, распространяющийся в сторону Алисы. Функция квантовой корреляции для измерений $\vec{a}_k$ и $\vec{b}_l$, выполненных над фотонами, зависит только от углов разности между этими векторами, и, следовательно, $E_{kl} = -\vec{a}_k \cdot \vec{b}_l = -\cos\varphi$. Таким образом, левая сторона неравенства (9) для квантовых предсказаний равняется $|2(\cos\varphi + 1)|$. Максимальное нарушение неравенства (9) имеет место[1] при $\varphi_{max} = 18.8^\circ$. Для этого угла разности граница, даваемая неравенством (9), равна 3.792, а квантовое значение составляет 3.893.

Хотя этот факт исключает нелокальные модели, все еще могло бы быть возможным, чтобы получаемые корреляции объяснялись локальной реалистической моделью. С целью исключения такой возможности, нам надо было исключить и локальные, и нелокальные реалистические теории со скрытыми параметрами. Заметим, однако, что такие локальные реалистические теории не обязательно должны быть ограничены допущениями (1) – (3). Нарушение CHSH-неравенства делает неверными все локальные реалистические модели. Если принять

$$S_{CHSH} = |E_{11} + E_{12} - E_{21} + E_{22}| \leq 2 \tag{10}$$

то квантовое значение с левой стороны для настроек, используемых в случае максимального нарушения неравенства (9), равно 2.2156.

Корреляционная функция, определенная в данном эксперименте, обычно редуцируется в соответствии с коэффициентом видности V до величины $E^{exp} = -V\cos\varphi$ из-за шума и неидеальности измерения. Таким образом, чтобы проверить неравенства (9) и (10) в эксперименте, необходимо иметь достаточно высокую экспериментальную видность наблюдаемой интерференции. Для

[1] Экспериментальные значения корреляционных функций были измерены при разности углов φ=20º, а не 18.8º. Нарушение в 3.2 стандартных отклонения относится именно к φ=20º (см. Приложение III). – Прим. перев.

оптимального угла разности $\varphi_{max} = 18.8^\circ$ минимально требуемая видность задается отношением границы 3.792 к квантовому значению 3.893, т.е. равна $\sim 97.4\%$. Заметим, что в стандартном Белл-эксперименте для нарушения CHSH-неравенства (10) достаточно минимальной видности только $\sim 71\%$ при оптимальных настройках. Для настроек, используемых в данной статье, критическая видность равна $2/2.2156 \approx 90.3\%$, что намного меньше, чем 97.4%.

В эксперименте (рис.2) генерировались пары поляризационно запутанных фотонов с помощью процесса параметрического понижения частоты света (SPDC). Источник выровнен так, чтобы формировать пары в поляризационно синглетном состоянии. Максимальное совпадение счетчиков (1/10 с) наблюдалось в H/V базисе, около 3 500 совпадений на 95 000 (Алиса) и 105 000 (Боб), 3 300 совпадений в базисе ±45º (75 000 одиночных событий у Алисы и 70 000 у Боба), и 2 400 совпадений в базисе R/L (70 000 одиночных событий у Алисы и 70 000 у Боба). Пониженные показания счетчиков в базисе R/L обусловлены дополнительными элементами задержки на пути лучей. Двухфотонные видности составляют приблизительно $99.0 \pm 1.2\%$ в базисе H/V, $99.2 \pm 1.6\%$ в базисе ±45º и $98.9 \pm 1.7\%$ в базисе R/L, что, насколько мы знаем, является наибольшей зарегистрированной видностью для схемы SPDC с импульсами. До настоящего времени не существует экспериментального свидетельства против вращательной инвариантности синглетного состояния. Поэтому мы заменили усредненные по вращениям корреляционные функции в неравенстве (9) их измеренными значениями для одной пары настроек (в заданной плоскости).

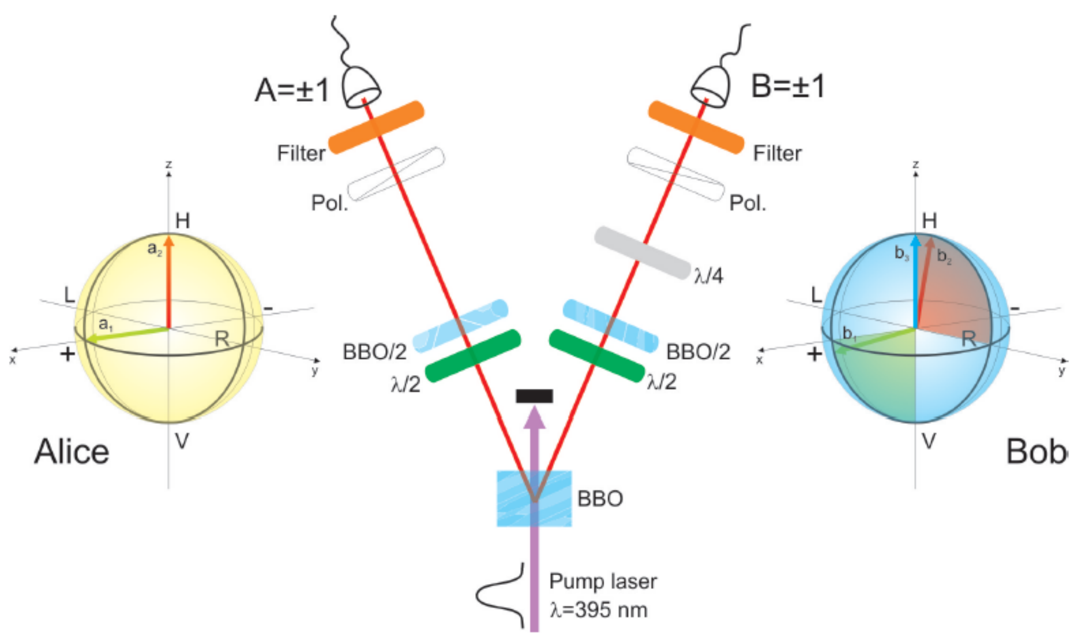

Рисунок 2: Экспериментальная установка.

2 мм толщины кристалл бариум-бета-бората (BBO) типа II накачивается Ti-сапфировым лазером, пульсирующим с двойной частотой (180 фс) при длине волны λ=395 мм и ~150 мВт незатухающей оптической мощности. Этот кристалл выровнен так, чтобы формировать поляризационно-запутанное состояние $|\Psi^-\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|H\rangle_A|V\rangle_B - |V\rangle_A|H\rangle_B\right]$. Пространственная и темпоральная различимость формируемых фотонов (индуцируемых

вследствие двойного лучепреломления в BBO) компенсируются комбинацией полуволновых пластинок (λ/2) и дополнительных BBO-кристаллов (BBO/2), тогда как спектральная различимость (обусловленная широким спектром импульса накачки) устраняется благодаря узкополосной спектральной фильтрации шириной 1нм перед каждым детектором. Кроме того, редуцированная мощность накачки уменьшает эмиссию SPDC высокого порядка множества фотонных пар. Это позволяет добиться двухфотонной видности примерно 99%, что значительно превосходит требуемый порог 97.4%. Стрелки на сфере Пуанкаре указывают настройки измерения поляризаторов Алисы и Боба при максимальном нарушении неравенства (9). Заметим, что настройка $\vec{b}_2$ лежит в плоскости y-z и, следовательно, на стороне Боба должна быть введена четвертьволновая пластинка. Цветные плоскости указывают направления измерения для различных значениях разности углов φ в обоих неравенствах.

Используя экспериментальные показания счетчиков, определим корреляционную функцию $E(\vec{a},\vec{b})$ для заданной пары общей измерительной настройки:

$$E(\vec{a},\vec{b}) = \frac{N_{++} + N_{--} - N_{+-} - N_{-+}}{N_{++} + N_{--} + N_{+-} + N_{-+}} \tag{11}$$

где N_{AB} обозначает число и характер совпадений/несовпадений между показаниями счетчиков Алисы и Боба за время суммирования. Мы приписываем число +1, если Алиса (Боб) детектирует фотон, поляризованный вдоль $\vec{a}$ $(\vec{b})$, и -1, если Алиса (Боб) детектирует фотон, поляризованный вдоль ортогонального направления $\vec{a}^{\perp}$ $(\vec{b}^{\perp})$. Например, N_{+-} обозначает показание счетчика совпадений, когда регистрирует поляризацию вдоль $\vec{a}$, а Боб – вдоль $\vec{b}^{\perp}$. Заметим, что $E(\vec{a}_k,\vec{b}_l) = E_{kl}(\varphi)$, где φ - разность углов между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ на сфере Пуанкаре.

Чтобы проверить выполнение неравенства (9), нужно извлечь из измеренных данных три корреляционные функции $(E(\vec{a}_1,\vec{b}_1,),\ E(\vec{a}_2,\vec{b}_2),\ E(\vec{a}_2,\vec{b}_3))$. Наблюдаемые $\vec{a}_1$ и $\vec{b}_1$ выбраны в качестве измерений линейной поляризации (в плоскости x-z на сфере Пуанкаре, см. рис. 2), а наблюдаемые $\vec{a}_2$ и $\vec{b}_2$ - в качестве измерений эллиптической поляризации в плоскости y-z. Две следующие корреляционные функции ($E(\vec{a}_2,\vec{b}_1)$ и $E(\vec{a}_1,\vec{b}_2)$) извлекаются для проверки неравенства CHSH (9).

Первый набор корреляций в плоскости x-z получается с использованием набора линейных поляризаторов α_1 и β_1 (относительно оси z) в расположении Алисы и Боба, соответственно. В частности, $\alpha_1 = \pm 45^\circ$, тогда как β_1 выбирается между 45º и 160º (зеленые стрелки на рис. 2). Второй набор корреляций (необходимых для CHSH) получаем в той же плоскости при $\alpha_2 = 0^\circ/90^\circ$ и β_1 между 45º и 160º. Набор корреляций для измерений в плоскости y-z получаем благодаря введению четвертьволновой пластинки с изменяемой осью, выровненной вдоль (горизонтального) 0º-направления у Боба, которая эффективно поворачивает состояние поляризации на 90º вокруг оси z на сфере Пуанкаре (красные стрелки на рис. 2). Углы поляризаторов устанавливаются затем на $\alpha_2 = 0^\circ/90^\circ$ и β_2 сканируется от 0º до 115º. При том же самом β_2 и $\alpha_1 = \pm 45^\circ$ измеряются математические ожидания только для CHSH. Остальное измерение для неравенства (9) состоит в проверки идеальных корреляций, для которых было выбрано $\alpha_2 = \beta_3 = 0^\circ$, т.е.

пересечение двух ортогональных плоскостей. На рис. 3 показано экспериментальное нарушение неравенств (9) и (10) для различных разностей углов. Максимальное нарушение неравенства (9) достигается, в частности, при настройках $\{\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3\} = \{45°, 0°, 55°, 10°, 0°\}$.

В конечном счете получены следующие значения математических ожиданий для разности углов $\varphi = 20°$ (ошибки вычислены в предположении, что показания счетчиков подчиняются пуассоновскому распределению): $E(\vec{a}_1, \vec{b}_1) = -0.9298 \pm 0.0105$, $E(\vec{a}_2, \vec{b}_2) = -0.942 \pm 0.0112$, $E(\vec{a}_2, \vec{b}_3) = -0.9902 \pm 0.0118$. Это дает в $S_{NLHV} = 3.8521 \pm 0.0227$, что нарушает неравенство (9) на 3.2 стандартных отклонения (см. рис. 3). В то же время мы можем извлечь дополнительные функции корреляции $E(\vec{a}_2, \vec{b}_1) = 0.3436 \pm 0.0088$, $E(\vec{a}_1, \vec{b}_2) = 0.0374 \pm 0.0091$, требуемые для CHSH-неравенства. Мы получаем $S_{CHSH} = 2.178 \pm 0.0199$, что говорит о нарушении на ~ 9 стандартных отклонений. Сильное нарушение неравенства (10) связано с пониженной видностью исследуемого запутанного состояния.

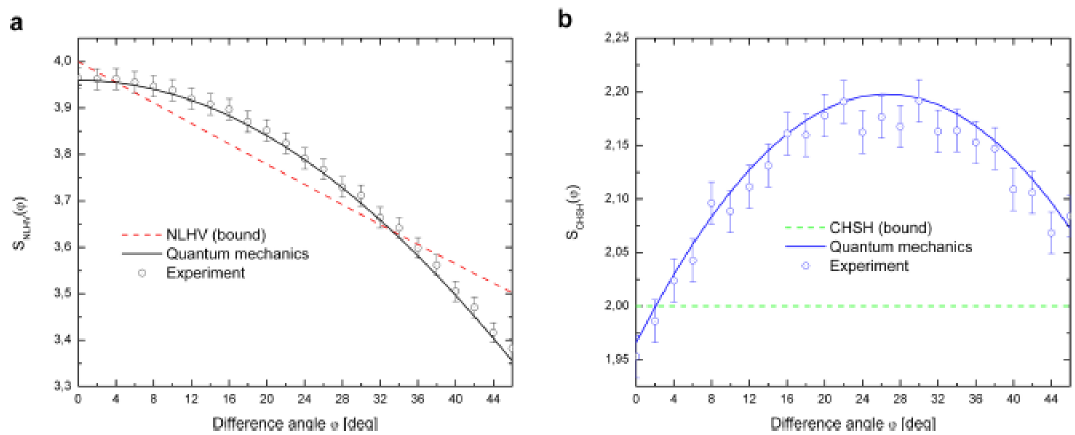

Рисунок 3: Экспериментальное нарушение неравенств для нелокальных теорий со скрытыми параметрами (NLHV) и для локальных реалистических теорий (CHSH).

(a) Пунктирная линия указывает границу неравенства (9) для исследованного класса нелокальных теорий со скрытыми параметрами (см. текст). Сплошная линия – это кватовое теоретическое предсказание с учетом экспериментальной видности. Показанные экспериментальные данные были получены для различных разностей углов φ (на сфере Пуанкаре) локальных настроек измерения. Граница очевидно нарушается при $4° < \varphi < 36°$. Максимальное нарушение наблюдается при $\varphi_{max} \approx 20°$.
(b) Одновременно никакая локальная реалистическая теория не может моделировать корреляции при исследованных настройках, поскольку этот же набор данных нарушает CHSH-неравенство (10). Граница (пунктирная линия) превышена при всех значениях φ около φ_{max}, что, следовательно, исключает любое локальное реалистическое объяснение наблюдаемой корреляции на диаграмме “a”. Опять-таки, сплошная линия соответствует квантовому предсказанию с учетом экспериментально наблюдаемой видности. Вокруг экспериментальных значений указано стандартное отклонение.

Мы экспериментально исключили класс важных нелокальных теорий со скрытыми параметрами. При попытке моделировать квантовые состояния запутанных состояний рассматриваемые теории предполагают реализм, источник, излучающий классические смеси поляризованных частиц (для которых справедлив закон Малюса) и произвольные нелокальные зависимости через измерительные устройства. Несмотря на их естественные допущения, главным притягательным свойством этих теорий является то, что они позволяют нам моделировать идеальные корреляции запутанных состояний и объяснить все существующие Белл-эксперименты. Мы думаем, что экспериментальное исключение этого частного класса указывает, что любое нелокальное расширение квантовой теории должно быть крайне контр-интуитивным. Например, концепция ансамблей частиц с определенной поляризацией может быть ложной. Более того, можно рассматривать крушение других допущений, которые неявно ведут к этому неравенству. Это включает аристотелеву логику, контр-фактуальную определенность, отсутствие действий в прошлом или мир, который не является полностью детерминистическим [30]. Мы думаем, что наши результаты ведут к сильной поддержке точки зрения, что будущее расширение квантовой теории, согласующейся с экспериментами, должно отвергнуть некоторые свойства реалистического описания.

Мы благодарим A. J. Leggett за поддержку этой работы и за ее обсуждение. Мы также благодарим D. Greenberger, M. A. Horne, T. Jennewein, J. Koer, S. Malin и A. Shimony за их комментарии. T.P. благодарен за гостеприимство в IQOQI, Вена. M.A. благодарит L. Gohlike за его гостеприимство в the Seven Pines VIII. Мы признательны за поддержку the Austrian Science Fund (FWF), the European Commission, the Austrian Exchange Service (ÖAD), the Foundation for Polish Science (FNP), the Polish Ministry of Higher Education and Science, городские власти Вены и the Foundational Questions Institute (FQXi).

ПРИЛОЖЕНИЕ I: ЯВНАЯ НЕЛОКАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ СО СКРЫТЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Мы конструируем явную нелокальную модель, удовлетворяющую допущениям (1) – 3). Она идеально воспроизводит все квантово-механические предсказания для измерений в плоскости на сфере Пуанкаре. Мы моделируем корреляционную функцию синглетного состояния $E_{\vec{a}\vec{b}}^{QM} = -\vec{a}\cdot\vec{b}$, для которого исчезают все локальные средние $\langle A\rangle$ и $\langle B\rangle$. В частности, нарушение любого неравенства CHSH-типа может быть объяснено этой моделью и, кроме того, могут быть воспроизведены все идеальные корреляции.

Начнем с с источника, который испускает фотоны с хорошо определенной поляризацией. Фотон с поляризацией $\vec{u}$ приходит к Алисе, а фотон с поляризацией $\vec{v}$ - к Бобу. Алиса для своего измерительного устройства выбирает настройку $\vec{a}$, а Боб для своего устройства выбирает настройку $\vec{b}$. Скрытый параметр $\lambda \in [0,1]$ переносится обеими частицами и предопределяет индивидуальные результаты измерения следующим образом:

$$A \equiv A(\vec{a},\vec{u},\lambda) = \begin{cases} +1 & \text{for} \quad \lambda \in [0,\lambda_A], \\ -1 & \text{for} \quad \lambda \in (\lambda_A,1], \end{cases} \quad \text{with } \lambda_A = \frac{1}{2}(1+\vec{u}\cdot\vec{a}), \tag{12}$$

где A - результат измерения Алисы. Это означает, что при любом $\lambda \leq \lambda_A$ результатом измерения Алисы является +1, а при $\lambda > \lambda_A$ результатом будет -1. Заметим, что в λ_A входят только настройки измерения, и, следовательно, они не зависят от скрытого параметра λ для источника. Результат Боба задан соотношением

$$B \equiv B(\vec{a}, \vec{b}, \vec{u}, \vec{v}, \lambda) = \begin{cases} +1 & \text{при} \quad \lambda \in [x_1, x_2], \\ -1 & \text{при} \quad \lambda \in [0, x_1) \cup (x_2, 1], \end{cases} \tag{13}$$

где $x_1, x_2 \in [0,1]$ произвольны, но $x_2 - x_1 = \frac{1}{2}(1 + \vec{v} \cdot \vec{b})$.

Все нелокальные зависимости отнесены к стороне Боба. Его измерительное устройство обладает информацией о настройках Алисы $\vec{a}$ и поляризации ее фотона $\vec{u}$. Требования нелокальных моделей, обсуждаемые здесь, состоят в том, чтобы локальные усреднения, выполненные для субансамбля с определенными (но произвольными) поляризациями $\vec{u}$ и $\vec{v}$, подчинялись закону Малюса, т.е. должно быть $\overline{A_{\vec{u}}} = \vec{u} \cdot \vec{a}$ для Алисы и $\overline{B_{\vec{v}}} = \vec{v} \cdot \vec{b}$ для Боба. Действительно, прямое вычисление показывает, что эти требования выполнены как для Алисы, так и для Боба:

$$\overline{A_{\vec{u}}} = \int_0^{\lambda_A} d\lambda - \int_{\lambda_A}^1 d\lambda = 2\lambda_A - 1 = \vec{u} \cdot \vec{a}, \tag{14}$$

$$\overline{B_{\vec{v}}} = \int_{x_1}^{x_2} d\lambda - \int_0^{x_1} d\lambda - \int_{x_2}^1 d\lambda = 2(x_2 - x_1) - 1 = \vec{v} \cdot \vec{b}. \tag{15}$$

Таким образом, эта конструкция удовлетворяет одной из наших целей – мы сохраняем закон Малюса. Чтобы получить правильную формулу для коррелированных отсчетов, можно фиксировать значения x_1 и x_2 следующим образом:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{4}[1 + \vec{u} \cdot \vec{a} - \vec{v} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{b}], \\ x_2 &= \frac{1}{4}[3 + \vec{u} \cdot \vec{a} + \vec{v} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{b}]. \end{aligned} \tag{16}$$

С этими определениями при любых $x_1 \leq \lambda_A \leq x_2$ математическое ожидание для измерений над субансамблем воспроизводит квантовые корреляции. Просто:

$$\overline{A_{\vec{u}} B_{\vec{v}}} = -\int_0^{x_1} d\lambda + \int_{x_1}^{\lambda_A} d\lambda - \int_{\lambda_A}^{x_2} d\lambda + \int_{x_2}^1 d\lambda = 2(\lambda_A - x_1 - x_2) + 1 = -\vec{a} \cdot \vec{b}. \tag{17}$$

Следовательно, на следующем шаге необходимо найти условия, при которых как x_1, так и x_2 принимали значения из [0, 1].

Чтобы добиться этого, используем определения (16) и найдем, что первое условие эквивалентно набору из четырех неравенств:

$$\begin{aligned} -1+\vec{v}\cdot\vec{b} \leq\ & \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{u}\cdot\vec{a} \ \leq 3+\vec{v}\cdot\vec{b}, \\ -3-\vec{v}\cdot\vec{b} \leq\ & \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{u}\cdot\vec{a} \ \leq 1-\vec{v}\cdot\vec{b}. \end{aligned} \tag{18}$$

Заметим, что верхняя граница $3+\vec{v}\cdot\vec{b}$ не может превосходить среднего члена, равно как нижняя граница не может выйти за $-3-\vec{v}\cdot\vec{b}$. Таким образом, этот набор четырех неравенств эквивалентен одному:

$$|\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{u}\cdot\vec{a}| \leq 1-\vec{v}\cdot\vec{b}. \tag{19}$$

Аналогично, второе условие может быть представлено в виде:

$$|\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{u}\cdot\vec{a}| \leq 1+\vec{v}\cdot\vec{b}. \tag{20}$$

В конечном счете, условие справедливости для этой модели обеспечивается конъюнкцией (19) и (20):

$$|\vec{a}\cdot\vec{b}\pm\vec{u}\cdot\vec{a}| \leq 1\mp\vec{v}\cdot\vec{b}. \tag{21}$$

Если это условие не выполняется, то модель не воспроизводит квантовые корреляции. Она становится несовместимой с ними либо потому, что x_1 или x_2 выходят за отведенный для них диапазон, либо потому, что не выполняется необходимое соотношение $x_1 \leq \lambda_A \leq x_2$, либо сразу по той и другой причине. Этим и объясняется несовместимость с общими квантовыми предсказаниями. Тем не менее, модель может объяснить все идеальные корреляции и нарушение CHSH-неравенства.

Представим себе источник пар со следующим свойством: при любой поляризации $\vec{u}$ у фотона Алисы он посылает Бобу фотон с поляризацией $\vec{v}$ = - $\vec{u}$. Боб наблюдает случайные поляризации. Для Алисы локальное усреднение по разным поляризациям дает

$$\langle A\rangle = \frac{1}{2}\overline{A_{\vec{u}}} + \frac{1}{2}\overline{A_{-\vec{u}}} = \frac{1}{2}\vec{u}\cdot\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{u}\cdot\vec{a} = 0, \tag{22}$$

как и должно быть для синглетного состояния. То же справедливо и для Боба. Таким образом, мы воспроизвели случайность результатов локальных измерений для запутанных состояний.

Такой же источник помогает объяснить идеальные корреляции при измерении в одинаковых базисах, т.е. при $\vec{b}=\pm\vec{a}$. Чтобы увидеть, как модель работает, положим $\vec{v}$ = - $\vec{u}$ и $\vec{b}$= $\vec{a}$; мы получим, что $x_1=\frac{1}{2}[1+\vec{u}\cdot\vec{a}]=\lambda_A$ и $x_2=1$. Как и должно быть, результат Боба всегда противоположен результату Алисы:

$$B \equiv B(\vec{a},\vec{a},\vec{u},-\vec{u},\lambda) \ = \ \begin{cases} +1 & \text{for} \quad \lambda\in[\lambda_A,1], \\ -1 & \text{for} \quad \lambda\in[0,\lambda_A). \end{cases} \tag{23}$$

Если в том же субансамбле мы принимаем $\vec{b}$= - $\vec{a}$, то мы получаем $x_1 = 0$ и $x_2 = \lambda_A$, что в результате снова дает $B = A$ в полном согласии с квантовой механикой. Заметим, что при этих измерительных настройках, т.е. чтобы получить идеальные корреляции, условие (21) не накладывает дополнительных ограничений, поскольку оно выполняется всегда. Например, если поляризация фотона Алисы равна $\vec{u}$, и при этом $\vec{b}$= - $\vec{a}$, то мы получаем $|-1 \pm \vec{u}\cdot\vec{a}| \leq 1 \mp \vec{u}\cdot\vec{a}$, что всегда имеет место. Этот же аргумент применим к другому субансамблю и другим измерительным возможностям $\vec{b}$= ± $\vec{a}$.

В конечном счете, полные предсказания квантовой механики воспроизводятся, если Алиса и Боб ограничивают свои измерения плоскостями, ортогональными к векторам $\vec{u}$ и $\vec{v}$ соответственно, т.е. $\vec{u}\cdot\vec{a} = \vec{v}\cdot\vec{b} = 0$. В этом случае условие (21) выполняется, поскольку $|\vec{a}\cdot\vec{b}| \leq 1$. В общем случае, если условие (21) выполнено, т.е. при допустимом наборе параметров, наша модель воспроизводит квантовые корреляции, поскольку они уже воспроизводятся в каждом субансамбле и, следовательно, усреднение по различным поляризациям не является необходимым:

$$\langle AB \rangle = \overline{A_{\vec{u}}B_{-\vec{u}}} = \overline{A_{-\vec{u}}B_{\vec{u}}} = -\vec{a}\cdot\vec{b}. \tag{24}$$

Следовательно, каждое экспериментальное нарушение CHSH может быть объяснено представленной нелокальной моделью.

ПРИЛОЖЕНИЕ II: ВЫВОД НЕРАВЕНСТВА

В соответствии с работой Леггетта [4] можно рассматривать источник, испускающий пары хорошо поляризованных фотонов. Разные пары могут обладать различными поляризациями. Размер субансамбля, в котором фотоны имеют поляризации $\vec{u}$ и $\vec{v}$ [у Алисы и Боба соответственно – прим. перев.], описывается весовой функцией $F(\vec{u},\vec{v})$. Все поляризации и направления измерения представлены в виде векторов на сфере Пуанкаре. В каждом таком субансамбле индивидуальные результаты измерения определены скрытыми параметрами λ. Эти скрытые параметры распределены согласно распределению $\rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda)$.

Для любого результата дихотомического измерения, где $A = \pm 1$ и $B = \pm 1$, справедливо следующее соотношение:

$$-1 + |A + B| = AB = 1 - |A - B|. \tag{25}$$

Если знаки A и B совпадают, то $|A + B| = 2$ и $|A - B| = 0$, а если $A = -B$, то $|A + B| = 0$ и $|A - B| = 2$. Допускается любой тип нелокальных зависимостей, т.е. $A = A(\vec{a},\vec{b},\vec{u},\vec{v},\lambda,....)$ и $B = B(\vec{a},\vec{b},\vec{u},\vec{v},\lambda,....)$. Усреднение по субансамблю с определенной поляризацией дает:

$$-1 + \int d\lambda \rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda)|A + B| = \int d\lambda \rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda) AB = 1 - \int d\lambda \rho_{\vec{u},\vec{v}}(\lambda)|A - B|, \tag{26}$$

или, в сокращенной нотации (где средние обозначаются черточкой сверху):

$$-1+\overline{|A+B|}=\overline{AB}=1-\overline{|A-B|}. \tag{27}$$

Поскольку среднее от модулей больше или равно, чем модуль от средних, мы получаем набор неравенств

$$-1+|\overline{A}+\overline{B}|\leq\overline{AB}\leq 1-|\overline{A}-\overline{B}|. \tag{28}$$

Начиная с этого места, будем рассматривать только верхние границы, хотя все шаги справедливы и для нижних границ.

В предположении, что фотоны обладают хорошо определенной поляризацией и поэтому подчиняются закону Малюса [здесь $\vec{a}$, $\vec{b}$ - настройки Алисы и Боба, прим. перев.]

$$\overline{A}=\vec{u}\cdot\vec{a}, \qquad \overline{B}=\vec{v}\cdot\vec{b}, \tag{29}$$

верхняя граница уравнения (28) принимает вид:

$$\overline{AB}\leq 1-|\vec{u}\cdot\vec{a}_k-\vec{v}\cdot\vec{b}_l|, \tag{30}$$

где $\vec{a}_k$ и $\vec{b}_l$ - единичные векторы, ассоциированные с k-ой настройкой измерения Алисы и l-ой настройкой измерения Боба, соответственно.

Выполняя усреднение по произвольным поляризациям, получим:

$$E_{kl}\leq 1-\int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v})|\vec{u}\cdot\vec{a}_k-\vec{v}\cdot\vec{b}_l|, \tag{31}$$

где E_{kl} - функция корреляции, которая может быть экспериментально измерена при выборе Алисой измерительной настройки $\vec{a}_k$ и выборе Бобом измерительной настройки $\vec{b}_l$. Обозначим через u_{kl} и v_{kl} длины проекций векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$ на плоскость, ортогональную плоскости, заданной векторами $\vec{a}_k$ и $\vec{b}_l$. Поскольку можно разложить векторы $\vec{u}$ и $\vec{v}$ на вектор, ортогональный плоскости настроек, и вектор, лежащий в этой плоскости, скалярное произведение имеет вид

$$\vec{u}\cdot\vec{a}_k = u_{kl}\cos(\phi_{a_k}-\phi_u), \tag{32}$$

$$\vec{v}\cdot\vec{b}_l = v_{kl}\cos(\phi_{b_l}-\phi_v), \tag{33}$$

где все углы ϕ откладываются относительно некоторой оси в плоскости настроек: углы ϕ_u и ϕ_v описывают положение проекций векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$, соответственно, а углы ϕ_{a_k} и ϕ_{b_l} описывают положение векторов настроек. В такой нотации неравенство преобразуется к виду:

$$E_{kl} \ \leq \ 1 - \int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v})|u_{kl}\cos(\phi_{a_k} - \phi_u) - v_{kl}\cos(\phi_{b_l} - \phi_v)|. \tag{34}$$

Амплитуды проекций всегда могут быть разложены в сумму и разность двух действительных чисел:

$$u_{kl} = n_1 + n_2, \qquad v_{kl} = n_1 - n_2. \tag{35}$$

Подставим это разложение в последнее неравенство, тогда члены, умноженные на n_1 и n_2, дадут, соответственно:

$$\begin{aligned} \cos(\phi_{a_k} - \phi_u) \ &- \ \cos(\phi_{b_l} - \phi_v) \\ &= \ 2\sin\frac{\phi_{a_k} + \phi_{b_l} - (\phi_u + \phi_v)}{2}\sin\frac{-(\phi_{a_k} - \phi_{b_l}) + \phi_u - \phi_v}{2}, \end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned} \cos(\phi_{a_k} - \phi_u) \ &+ \ \cos(\phi_{b_l} - \phi_v) \\ &= \ 2\cos\frac{\phi_{a_k} + \phi_{b_l} - (\phi_u + \phi_v)}{2}\cos\frac{\phi_{a_k} - \phi_{b_l} - (\phi_u - \phi_v)}{2}, \end{aligned} \tag{37}$$

Теперь выполним следующую подстановку для измеряемых углов:

$$\xi_{kl} = \frac{\phi_{a_k} + \phi_{b_l}}{2}, \qquad \varphi_{kl} = \phi_{a_k} - \phi_{b_l}, \tag{38}$$

и параметризуем положение проекций в их плоскости соотношениями:

$$\psi_{uv} = \frac{\phi_u + \phi_v}{2}, \qquad \chi_{uv} = \phi_u - \phi_v. \tag{39}$$

Используя эти новые углы, мы получаем:

$$E_{kl}(\xi_{kl},\varphi_{kl}) \leq 1 - 2\int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v})|n_2\cos\frac{\varphi_{kl} - \chi_{uv}}{2}\cos(\xi_{kl} - \psi_{uv}) - n_1\sin\frac{\varphi_{kl} - \chi_{uv}}{2}\sin(\xi_{kl} - \psi_{uv})|, \tag{40}$$

где в корреляционной функции $E_{kl}(\xi_{kl},\varphi_{kl})$ мы в явной форме указали зависимости от углов. Выражение под знаком модуля [после дифференциалов – прим. перев.] является линейной комбинацией двух гармонических функций от $\xi_{kl} - \psi_{uv}$ и, следовательно, тоже является гармонической функцией. Его амплитуда равна $\sqrt{n_2^2\cos^2(\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}) + n_1^2\sin^2(\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2})}$, а фаза представляет собой некоторое действительное число α:

$$E_{kl}(\xi_{kl},\varphi_{kl}) \leq 1 - 2\int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v})\sqrt{n_2^2\cos^2(\frac{\varphi_{kl} - \chi_{uv}}{2}) + n_1^2\sin^2(\frac{\varphi_{kl} - \chi_{uv}}{2})}|\cos(\xi_{kl} - \psi_{uv} + \alpha)|. \tag{41}$$

На следующем шаге мы усредняем обе стороны этого неравенства по всем *измеряемым углам* $\xi_{kl} = \frac{\phi_{a_k}+\phi_{b_l}}{2}$. Это означает интегрирование по $\xi_{kl} \in [0, 2\pi)$ и умножение на $\frac{1}{2\pi}$. Интеграл от части, зависящей от ξ_{kl} справа в (41), имеет вид

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\xi_{kl}|\cos(\xi_{kl}-\psi_{uv}+\alpha)| = \frac{2}{\pi}. \tag{42}$$

Обозначая усредненную по углу ξ_{kl} функцию корреляции через

$$E_{kl}(\varphi_{kl}) \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\xi_{kl} E_{kl}(\xi_{kl},\varphi_{kl}), \tag{43}$$

можно переписать (41) в виде

$$E_{kl}(\varphi_{kl}) \le 1 - \frac{4}{\pi}\int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v})\sqrt{n_2^2\cos^2(\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}) + n_1^2\sin^2(\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2})}. \tag{44}$$

Это неравенство справедливо при любом выборе наблюдаемых в плоскости, определенной векторами настроек $\vec{a}_k$ и $\vec{b}_l$. Можно ввести две новые векторные наблюдаемые в этой плоскости и записать неравенство для усредненной функции корреляции $E_{k'l'}(\varphi'_{k'l'})$ новых наблюдаемых. Сумма этих двух неравенств будет равна:

$$\begin{aligned} &E_{kl}(\varphi_{kl}) + E_{k'l'}(\varphi'_{k'l'}) \le 2 - \frac{4}{\pi}\int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v}) \\ &\times \left(\sqrt{n_2^2\cos^2(\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}) + n_1^2\sin^2(\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2})} + \sqrt{n_2^2\cos^2(\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}) + n_1^2\sin^2(\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2})}\right) \end{aligned} \tag{45}$$

Можно использовать неравенство треугольника

$$||\vec{x}+\vec{y}|| \le ||\vec{x}|| + ||\vec{y}||, \tag{46}$$

$$\sqrt{(x_1+y_1)^2+(x_2+y_2)^2} \le \sqrt{x_1^2+x_2^2} + \sqrt{y_1^2+y_2^2}, \tag{47}$$

для двумерных векторов $\vec{x} = (x_1, x_2)$ и $\vec{y} = (y_1, y_2)$ с компонентами

$$x_1 = |n_2\cos\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}|, \qquad y_1 = |n_2\cos\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}|, \tag{48}$$

$$x_2 = |n_1\sin\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}|, \qquad y_2 = |n_1\sin\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}|. \tag{49}$$

Это приводит к тому, что подынтегральное выражение ограничено снизу условием

$$\begin{aligned} &\sqrt{n_2^2\cos^2\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2} + n_1^2\sin^2\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}} + \sqrt{n_2^2\cos^2\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2} + n_1^2\sin^2\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}} \\ &\ge \sqrt{n_2^2\Big(|\cos\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}| + |\cos\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}|\Big)^2 + n_1^2\Big(|\sin\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}| + |\sin\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}|\Big)^2}. \end{aligned} \tag{50}$$

Можно, далее, оценить эту границу с помощью следующих соотношений:

$$|\cos(\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2})|+|\cos(\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2})| \;\geq\; |\sin\frac{\varphi_{kl}-\varphi'_{k'l'}}{2}| \text{ and} \tag{51}$$

$$|\sin(\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2})|+|\sin(\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2})| \;\geq\; |\sin\frac{\varphi_{kl}-\varphi'_{k'l'}}{2}|. \tag{52}$$

Такая оценка появляется, если использовать формулу синуса разности углов для аргумента в правой стороне $\frac{\varphi_{kl}-\varphi'_{k'l'}}{2}=\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}-\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}$. Именно,

$$|\sin\frac{\varphi_{kl}-\varphi'_{k'l'}}{2}| \;=\; |\sin\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}\cos\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}-\cos\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}\sin\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}| \tag{53}$$

$$\leq\; |\sin\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}||\cos\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}|+|\cos\frac{\varphi_{kl}-\chi_{uv}}{2}||\sin\frac{\varphi'_{k'l'}-\chi_{uv}}{2}|. \tag{54}$$

В соответствии с этими оценками, нижняя граница $E_{kl}+E_{k'l'}$ (следующая форма левой стороны неравенства в (28)) равна минус нижней границе, и, таким образом, это можно применить к верхней границе модуля с левой стороны (45). This is because the only formal difference between expressions in the estimates seeking the lower bound of the averaged Eq. (28) compared to those seeking the upper bound boils down to the interchange between n_1 and n_2 n2. После применения (51) и (52) разница вообще исчезает. Кратко можно написать:

$$|E_{kl}(\varphi_{kl})+E_{k'l'}(\varphi'_{k'l'})| \;\leq\; 2-\frac{4}{\pi}|\sin\frac{\varphi_{kl}-\varphi'_{k'l'}}{2}|\int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v})\sqrt{n_2^2+n_1^2}. \tag{55}$$

Возвращаясь к амплитудам:

$$|E_{kl}(\varphi_{kl})+E_{k'l'}(\varphi'_{k'l'})| \;\leq\; 2-\frac{2\sqrt{2}}{\pi}|\sin\frac{\varphi_{kl}-\varphi'_{k'l'}}{2}|\int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v})\sqrt{u_{kl}^2+v_{kl}^2}. \tag{56}$$

Это неравенство справедливо при *любом* выборе плоскости для наблюдаемых. Граница включает только проекции векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$ на плоскость настроек. Интегрирование в границе может мыслиться как среднее значение выражения $\sqrt{u_{kl}^2+v_{kl}^2}$, усредненного по распределению этих векторов. Для плоскости, ортогональной к начальной плоскости, можно записать аналогичное неравенство:

$$|E^{\perp}_{pq}(\varphi_{pq})+E^{\perp}_{p'q'}(\varphi'_{p'q'})| \;\leq\; 2-\frac{2\sqrt{2}}{\pi}|\sin\frac{\varphi_{pq}-\varphi'_{p'q'}}{2}|\int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v})\sqrt{u_{pq}^2+v_{pq}^2}. \tag{57}$$

где u_{pq} и v_{pq} обозначают проекции векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$ соответственно на плоскость, задаваемую настройками $\vec{a}_p$ и $\vec{b}_q$ (которая по построению ортогональна плоскости, заданной $\vec{a}_k$ и $\vec{b}_l$). Сложим неравенства для ортогональных плоскостей с наблюдаемыми, т.е. (56) и (57), и выберем $\varphi'_{k'l'}=\varphi'_{p'q'}=0$ и $\varphi_{kl}=\varphi_{pq}=\varphi$. Это дает

$$|E_{kl}(\varphi)+E_{k'l'}(0)|+|E^{\perp}_{pq}(\varphi)+E^{\perp}_{p'q'}(0)|\leq 4-\frac{2\sqrt{2}}{\pi}|\sin\frac{\varphi}{2}|\int d\vec{u}d\vec{v}F(\vec{u},\vec{v})\left(\sqrt{u_{kl}^2+v_{kl}^2}+\sqrt{u_{pq}^2+v_{pq}^2}\right). \qquad (58)$$

Применим неравенство треугольника (46) к выражению в скобках. На этот раз векторы $\vec{x}$ и $\vec{y}$ имеют следующие компоненты:

$$\vec{x}=(u_{kl},u_{pq}), \qquad \vec{y}=(v_{kl},v_{pq}). \qquad (59)$$

Подынтегральное выражение ограничено условием:

$$\sqrt{u_{kl}^2+v_{kl}^2}+\sqrt{u_{pq}^2+v_{pq}^2}\geq\sqrt{(u_{kl}+u_{pq})^2+(v_{kl}+v_{pq})^2} \qquad (60)$$

Рассмотрим член, включающий только вектор $\vec{u}$. Поскольку все длины положительны, то

$$(u_{kl}+u_{pq})^2\geq u_{kl}^2+u_{pq}^2. \qquad (61)$$

Напомним, что u_{kl} и u_{pq} - это проекции на ортогональные плоскости. Можно ввести нормальные векторы $\vec{n}_{kl}$ и $\vec{n}_{pq}$ соответственно к этим плоскостям и написать

$$(\vec{n}_{kl}\cdot\vec{u})^2+u_{kl}^2=1, \quad \text{and} \quad (\vec{n}_{pq}\cdot\vec{u})^2+u_{pq}^2=1. \qquad (62)$$

Заметим, что скалярные произведения являются двумя компонентами вектора $\vec{u}$ в декартовой системе координат, включающей векторы $\vec{n}_{kl}$, $\vec{n}_{pq}$ и вектор, ортогональный этим двум. Поскольку вектор $\vec{u}$ нормирован, имеем:

$$(\vec{n}_{kl}\cdot\vec{u})^2+(\vec{n}_{pq}\cdot\vec{u})^2\leq 1, \qquad (63)$$

откуда следует для суммы уравнений (62):

$$u_{kl}^2+u_{pq}^2\geq 1. \qquad (64)$$

То же применимо к вектору $\vec{v}$, и можно заключить, что

$$\sqrt{u_{kl}^2+v_{kl}^2}+\sqrt{u_{pq}^2+v_{pq}^2}\geq\sqrt{2}. \qquad (65)$$

Поскольку весовая функция $F(\vec{u},\vec{v})$ нормирована, окончательное неравенство имеет вид:

$$|E_{kl}(\varphi)+E_{k'l'}(0)|+|E^{\perp}_{pq}(\varphi)+E^{\perp}_{p'q'}(0)|\leq 4-\frac{4}{\pi}|\sin\frac{\varphi}{2}|. \qquad (66)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ III: ИСПРАВЛЕНИЕ ОШИБОК ПРЕДЫДУЩЕЙ ВЕРСИИ ПУБЛИКАЦИИ QUANT-PH (0704.2529V1)

Экспериментальные значения корреляционных функций были измерены при другом значении угла $\varphi = 20^\circ$, а не при 18.8°, как указано в предыдущей версии. Указанное нарушении в 3.2 стандартных отклонения относится к $\varphi = 20^\circ$.

В Приложении II границы всех интегралов по переменным χ и ψ изменяются от -2π до 2π; ψ изменяется от $|\chi|/2$ до $2\pi - |\chi|/2$. Кроме того, в уравнении (46) и следующих $F(\theta_u, \theta_v)$ должно быть заменено на $\int_{-2\pi}^{2\pi} d\chi \int_{|\chi|/2}^{2\pi-|\chi|/2} d\psi F(\theta_u, \theta_v, \psi, \chi)$.

Окончательное неравенство статьи и все ее выводы не изменились. Ошибки возникли в краткой презентации, но нигде не использовались в практических вычислениях. В настоящем варианте рукописи эти ошибки исправлены. Мы заменили Приложение II на вариант с более коротким выводом окончательного неравенства.

Мы благодарим Stephen Parrot за указание на ошибки в исходной статье[2].

Ссылки

[1] Эта статья была опубликована в “Nature” 446, 871 (2007).
[2] E. Schrödinger, Die Naturwissenschaften 48, 808 (1935).
[3] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, Phys. Rev. Lett. 23, 880 (1969).
[4] A. J. Leggett, Found. of Phys. 33, 1469 (2003).
[5] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen, Phys. Rev. 47, 777 (1935).
[6] A. Einstein to E. Schrödinger, Albert Einstein Archives, Jewish National and University Library, The Hebrew University of Jerusalem (19 June 1935).
[7] N. Bohr, Albert Einstein: Philosopher-Scientist, vol. 7 (Library of Living Philosophers, Evanston, 1949).
[8] J. S. Bell, Physics 1, 195 (1964).
[9] J. F. Clauser and M. A. Horne, Phys. Rev. D 10, 526 (1974).
[10] J. F. Clauser, Quantum [Un]speakables: From Bell to Quantum Information (R. A. Bertlmann and A. Zeilinger, 2002).
[11] D. M. Greenberger, M. Horne, and A. Zeilinger, Bell's Theorem, Quantum Theory, and Conceptions of the Universe (Kluwer, Dordrecht, 1989).
[12] D. M. Greenberger, M. A. Horne, A. Shimony, and A. Zeilinger, Am. J. Phys. 58, 1131 (1990).
[13] S. J. Freedman and J. F. Clauser, Phys. Rev. Lett. 28, 938 (1972).
[14] A. Aspect, P. Grangier, and G. Roger, Phys. Rev. Lett. 47, 460 (1981).
[15] A. Aspect, J. Dalibard, and G. Roger, Phys. Rev. Lett. 49, 1804 (1982).
[16] G. Weihs, T. Jennewein, C. Simon, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. 81, 5039 (1998).
[17] M. A. Rowe, D. Kielpinski, V. Meyer, C. A. Sackett, W. M. Itano, C. Monroe, and D. J. Wineland, Nature 409, 791 (2001).
[18] J.-W. Pan, D. Bouwmeester, M. Daniell, H. Weinfurter, and A. Zeilinger, Nature 403, 515 (2000).
[19] A. Zeilinger, Phys. Lett. A 118, 1 (1986).
[20] A. Aspect, Nature 398, 189 (1999).

[2] См. комментарий Stephen Parrot к этой статье в arXiv:0707.3296v2 [quant-ph] 25 Jul 2007 – Прим. перев.

[21] P. Grangier, Nature 409, 774 (2001).
[22] M. Born and E. Wolf, Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Di_raction of Light (Pergamon, Oxford, 1964), 2nd ed.
[23] D. Bacon and B. F. Toner, Phys. Rev. Lett. 90, 157904 (2003).
[24] Y. Ne'eman, Found. Phys. 16, 361 (1986).
[25] D. Bohm, Phys. Rev. 85, 166 (1952).
[26] C. Dewdney, P. R. Holland, and A. Kyprianidis, J. Phys. A: Math. Gen. 20, 4717 (1987).
[27] C. S. Wu and I. Shaknov, Phys. Rev. 77, 136 (1950).
[28] C. A. Kocher and E. D. Commins, Phys. Rev. Lett. 18, 575 (1967).
[29] J. F. Clauser and A. Shimony, Rep. Prog. Phys. 41, 1881 (1978).
[30] J. S. Bell, Dialectica 39, 103 (1985).