

(27.10.2013. Обновлено 25.08.2016)

Большие числа Дирака и фундаментальные константы в космологии

Переосмыслена попытка Дирака придать физический смысл некоторым безразмерным комбинациям фундаментальных физических констант. Аргументируется, в частности, что отношение массы современной Вселенной к ее размеру является неизменным, а отношение этой массы к “планковской” массе (равно как и отношение текущего размера Вселенной к “планковской” длине) оказывается характерным большим числом Дирака и характеризует безразмерное время эволюции Вселенной. Предлагается новая точка зрения на планковскую константу действия.

Гипотеза Дирака

Выдающийся английский физик Поль Дирак в своей лекции в Школе физики при университете Нового Южного Уэльса (Австралия), состоявшейся 27.08.1975 г. [Dirac, 1978] обратил внимание слушателей на любопытное совпадение порядка значений некоторых безразмерных комбинаций физических величин. Например, отношение электростатической силы к гравитационной есть

$$\frac{e^2}{Gm_e m_{prot}} \approx 2 \cdot 10^{39}$$

где m_e и m_{prot} – массы электрона и протона, e – электрический заряд электрона (или протона), G – гравитационная постоянная, c – скорость света. С другой стороны, примерно то же числовое значение имеет отношение возраста Вселенной τ_U ко времени $\tau_e \approx e^2 / m_e c^3$, за которое свет проходит сквозь классический электрон:

$$\frac{\tau_U}{\tau_e} \approx 7 \cdot 10^{39}$$

Он предположил, что между двумя этими величинами должна существовать связь, что обе они должны расти со временем, что со временем может меняться также гравитационная постоянная и масса Вселенной в целом. Эта гипотеза не привела к успешным предсказаниям и была отнесена многими физиками к чему-то вроде нумерологии. Сама проблема продолжала привлекать внимание исследователей, но так и не получила общепризнанного разрешения.

Даже неудачи гения не должны оставляться без внимания – не найденное им сокровище может быть спрятано где-то совсем рядом! Настоящая публикация представляет собой попытку все-таки найти рациональное (и, в общем, близкое по смыслу) объяснение вышеизложенных фактов в рамках космологической модели, однако, отличной от Стандартной Λ CDM-теории. Эта нестандартная модель (Теория Шаровой Расширяющейся Вселенной – ТШРВ) развивается мной с 1993 года (см., например, [Шульман, 2011]) и исходит из того, что наша Вселенная представляет собой черную дыру во внешней 4-мерной супервселенной. По этой причине и происходит необратимое расширение нашей Вселенной, когда и поскольку она поглощает материю и энергию извне.

Соответственно, в нашей модели, в отличие от Стандартной, эволюция размера Вселенной сопровождается ростом ее массы, а также не выполняется закон сохранения энергии (впрочем, в очень малых относительных масштабах $\sim 10^{-10}$ в год в настоящую эпоху), поскольку Вселенная оказывается открытой системой¹.

Планковские единицы

В 1899 году Макс Планк в докладе, сделанном 18 мая 1899 года на заседании Академии наук в Берлине, предложил систему “естественных единиц измерения”. В настоящее время она строится, в частности (но не только) на основе скорости света, гравитационной постоянной и постоянной, носящей имя самого Планка.

В этой системе можно определить “планковские” единицы массы, длины и плотности соотношениями

$$m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 2.1 \cdot 10^{-5} \text{ г}, \quad l_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \approx 1.6 \cdot 10^{-33} \text{ см}, \quad \rho_p = \frac{m_p}{l_p^3} \approx 10^{94} \text{ г/см}^3$$

Заметим, что отношение первых двух величин равно

$$\frac{m_p}{l_p} = \sqrt{\frac{(\hbar c / G)}{(\hbar G / c^3)}} = \frac{c^2}{G} \approx 10^{28} \text{ г/см}$$

Можно также ввести планковскую температуру

$$T_p = \frac{m_p c^2}{k_B} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G(k_B)^2}} \approx 10^{32} \text{ К}$$

Физический смысл гравитационной постоянной

Любая *размерная* физическая константа связана как с физической сущностью измеряемых величин, совместно с которыми она используется, так и с более или менее произвольным выбором системы единиц измерения. Анализ гравитационной постоянной G обычно соотносят с законом тяготения Ньютона:

$$F = GM_1 M_2 / r^2 \quad \text{😞 👎}$$

Однако, с моей точки зрения, для такого анализа целесообразно использовать другое известное соотношение:

$$R = 2GM / c^2 \quad \text{😊 👍}$$

¹ Идея первоначальной чрезвычайной малости массы Вселенной (“Вес в момент рождения – согласно инфляционной теории – меньше миллиграмма”) высказывалась, в частности, в публичных выступлениях А.Д. Линде (например, в ФИАНе 10.06.2007), но идеология ТШРВ и развиваемой им инфляционной космологической модели не только радикально различаются, но и конкурируют в объяснении ряда важных затруднений Стандартной модели. Я выражаю благодарность Ю.А.Лебедеву, обратившему мое внимание на цитируемое утверждение А.Д. Линде.

где R – гравитационный радиус тела с массой M , c – скорость света. Из этого соотношения непосредственно следует простая и однозначная линейная связь между расстоянием (в единицах гравитационного радиуса) и соответствующей массой, так что их можно в некотором смысле полагать одной и той же физической величиной.

Более того, с точки зрения внешнего наблюдателя вышеприведенное соотношение является основным “уравнением состояния черной дыры” – с ростом массы ее размер *увеличивается*, а их отношение, очевидно, должно быть константой. Обозначим современный радиус Вселенной через R_U , а ее современную массу – через M_U . Если считать справедливой гипотезу ТШРВ о том, что наша Вселенная является черной дырой, то отношение между ее массой и радиусом в любую (в том числе – современную) эпоху будет равно постоянной величине

$$\frac{M_U}{R_U} = \frac{c^2}{2G}$$

Как известно, $M_U \approx 10^{56} \text{ г}$, $R_U \approx 10^{28} \text{ см}$, так что их отношение имеет величину порядка 10^{28} г/см .

Большое число Дирака

Таким образом, с точностью до малосущественного множителя 2 (его нетрудно исключить за счет переопределения m_p или l_p) мы получаем

$$\frac{M_U}{R_U} = \frac{m_p}{l_p} = \frac{c^2}{G}$$

В этом соотношении можно увидеть подтверждение исходной гипотезы ТШРВ о неизменности отношения массы Вселенной к ее размеру (т.е. гравитационному радиусу) в любую эпоху.

Далее, из приведенного соотношения легко вывести и проверить [Wikipedia], что

$$\frac{M_U}{m_p} = \frac{R_U}{l_p} \approx 10^{60} \equiv D$$

Введенное здесь число D раз, в которое увеличились масса и размер Вселенной за время ее эволюции, характеризует *безразмерную длительность эволюции Вселенной*. Я предлагаю называть его числом Дирака.

Логично далее сделать следующий шаг и принять, что “планковский” момент времени есть момент Большого Взрыва (т.е. гравитационного коллапса массивного объекта, положившего начала нашей Вселенной). Тогда мы приходим к замечательным выводам: *начальный размер нашей Вселенной был равен $l_p \approx 10^{-33} \text{ см}$, а ее начальная масса² была равна $m_p \approx 10^{-5} \text{ г}$.*

² Иногда приходится встречать в литературе произвольные, с моей точки зрения, утверждения, что планковская масса – это “максимально возможная масса элементарной частицы”, а $t_p = l_p / c$ – это “начальный возраст Вселенной”.

Другие космологические соотношения

Прежде всего стоит указать, что характерные времена и в планковском, и в современном космологическом случае получаются простым делением соответствующих пространственных размеров на скорость света, так что соотношение между этими временами банально воспроизводит соотношение между размерами.

Заметим далее, что в Стандартной космологической модели фигурирует еще так называемая космологическая константа Λ , которая введена в уравнения Эйнштейна в качестве т.н. “свободного параметра” и, решая одни проблемы, порождает другие, мягко говоря, заведомо не менее сложные. В ТШРВ нет необходимости вводить эту константу – там в качестве решения автоматически возникает (отрицательное) давление материи³, обратно пропорциональное квадрату текущего размера Вселенной. В конечном счете, физически соответствующая этой плотности в современную эпоху *фиктивная* константа оказывается равной

$$\Lambda \approx \frac{1}{R_U^2} = \frac{1}{D^2 l_p^2} \approx 10^{-122} \frac{1}{l_p^2}$$

Рассмотрим, наконец, как изменяется температура компонент Вселенной. История “остывания” Вселенной разделяется на две неравные части. Первая часть истории – это эпоха преобладания энергии излучения над энергией вещества, когда радиус Вселенной рос от планковского размера $l_p \approx 10^{-33}$ см до некоторого значения $r_{\text{отд}}$, при котором температура “супа” из вещества и фотонов упала до 3000 К; после этого ядра и электроны получили возможность объединяться в атомы, а исчезновение свободных электронов нарушило тепловой контакт между излучением и веществом. После этого наступила вторая часть истории – эпоха преобладания энергии вещества над энергией излучения, когда температура (реликтового) излучения не зависит от температуры структурирующегося вещества. Поскольку длительность первой эпохи на много порядков превышает длительность второй эпохи (57 порядков против 3-х), для приближенной оценки достаточно ограничиться анализом первой эпохи.

Логика оценки проста. Плотность энергии излучения есть просто число фотонов в единице объема, умноженное на среднюю энергию одного фотона. Но число фотонов в единице объема пропорционально кубу температуры, в то время как средняя энергия фотона просто пропорциональна температуре. Отсюда, количество энергии в единице объема, т.е. плотность энергии для излучения черного тела пропорционально четвертой степени температуры. Но плотность энергии обратно пропорциональна квадрату текущего радиуса Вселенной и квадрату текущего возраста t , т.е, в конечном счете $T \sim 1/\sqrt{t}$ (где t – время). Поэтому

$$T_U \approx T_p / \sqrt{D}.$$

³ В Стандартной модели давление материи во Вселенной (вслед за Эйнштейном) обычно полагают нулевым.

Физический смысл “постоянной Планка”

Итак, отношение $\frac{M_U}{R_U} = \frac{m_p}{l_p}$ оказывается не зависящим от постоянной Планка

\hbar . Однако соотношения между величинами m_p и M_U , а также между l_p и R_U от нее зависят. Видимо, параметр \hbar каким-то образом характеризует текущий момент расширения Вселенной и в иную эпоху может иметь иное значение (ср. с вышеупомянутой гипотезой Дирака!).

Ранее в работе [Шульман, 2004] мною было показано, что главная новация Гейзенберга при создании квантовой механики состояла во введении *комплексных* величин для описания, в частности, пространственных орбит электронов в атоме. Прямым следствием этого явилось возникновение новых *правил коммутации* таких пар физических величин, как координата и импульс, или время и энергия (в классической физике эти правила сводились к тривиальному случаю коммутации обычных *c*-чисел). В частности, уже при описании классических *осцилляторов* с помощью *комплексных* величин (вследствие различия между самими величинами и комплексно сопряженными к ним) возникают аналоги квантовомеханических коммутаторов. Разумеется, величина \hbar туда не входит, но появляются выражения⁴ типа Ψ , Ψ^* , $|\Psi|^2 = \Psi^*\Psi$ и т.д. Каждый такой осциллятор без потерь (со сдвигом по фазе $\pi/2$ между координатой q и импульсом p) описывается коммутатором вида

$$[q, p] = q^* p - q p^* = i q_{\max} p_{\max} ,$$

где справа стоят *максимальные* (действительные) значения q и p .

Гениальное достижение Дирака, завершившее переход к математическому аппарату квантовой механики, свелось в конечном счете к замене произведения $q_{\max} p_{\max}$, сугубо *индивидуального* для каждого конкретного классического осциллятора, на *универсальную* размерную константу действия⁵.

Заметим, что говоря об осцилляторах, мы фактически учитываем *волновую* природу материи, о которой впервые заявил де Бройль. При этом следует иметь в виду, что волна, которая соответствует квантовым частицам (“волна-пилот” де Бройля – Бома), является *нелокальной* и *распространяется* (насколько этот термин здесь уместен) в пространстве с бесконечной скоростью. Физическую информацию эти волны переносить не могут, но могут приводить к нелокальным корреляциям между точками, разделенными пространственно-подобным интервалом (как, например, в ЭПР-опытах).

Как известно, параметр \hbar появляется в соотношениях квантовой механики, в которых фигурируют *энергия* и *импульс*. В рамках идеологии геометризации физики хотелось бы уточнить, какой физический смысл имеют эти последние величины. ТШРВ предлагает на этот вопрос простой и ясный ответ, который в действительности полностью отвечает букве и духу квантовой теории. Этот ответ состоит в следующем:

⁴ Простейшим хорошо известным примером использования такой техники является вычисление мощности в цепях переменного тока.

⁵ Сам Дирак руководствовался идеологией скобок Пуассона, которая на самом деле очень близка к описанной нами идеологии комплексных коммутаторов для классических осцилляторов.

Энергия и импульс представляют собой квантовые числа, выражающие отношение возраста (радиуса) Вселенной к периоду (длине волны) де Бройля данной конкретной квантовой частицы.

Таким образом, волновая природа каждой квантовой частицы превращает ее в своеобразные “часы” и “линейку”, измеряющие эволюцию Вселенной (напомним, что в отличие от Стандартной модели, период и длина волны де Бройля в ТШРВ принимаются неизменными в ходе расширения Вселенной).

Как известно, исторически уравнение Шрёдингера было выведено его автором путем обобщения выражения для волны де Бройля свободной частицы. Небесполезно проделать обратный путь – от потенциальной ямы для связанной частицы вернуться к свободной частице, считая (в соответствии с результатами, полученными в ТШРВ) *размер Вселенной конечным*.

Начнем мысленно увеличивать ширину потенциальной ямы, в которой находится некоторая квантовая частица, до тех пор, пока один ее край не совместится (в конечной и замкнутой Вселенной) с другим краем. Бесконечно высокие энергетические стенки ямы как физические ограничители местоположения частицы нам больше не требуются, поскольку математическое условие квантования останется тем же – число полувольт должно быть целым. Вместе с тем длина волны теперь выражается не через более или менее произвольный размер ямы, а через периметр Вселенной.

Поскольку мы ничего не меняли в формальной постановке задаче, по-прежнему произведение длины волны на импульс (теперь уже свободной) частицы должно быть равно постоянной Планка. Что очень важно и нетривиально, хотя и предсказуемо, так это возникающая для *конечной* Вселенной *дискретность* значений спектра импульсов и соответствующих длин волн. И мы опять-таки можем объяснить ее выполнением простого аналога правила Бора. При этом фундаментальная связь между импульсом и длиной волны оказывается одинаковой для фотона (частицы с массой покоя, равной нулю) и для квантовой частицы с ненулевой массой покоя:

$$p = 2\pi\hbar / \lambda , \quad E = 2\pi\hbar / T$$

Здесь p – импульс частицы, E – энергия частицы, λ и T – дебройлевские длина волны и ее период для частицы. Согласно ТШРВ (и вопреки Стандартной космологической модели), λ и T остаются неизменными, а импульс p и энергия E возрастают со временем линейно. Ответственность за этот линейный рост должна нести величина \hbar , которая теперь должна быть прямо пропорциональной размеру (возрасту) Вселенной и уже не должна именоваться “постоянной Планка”:

$$\hbar(t) = \Pi \cdot R$$

(Чтобы “загладить вину” перед Планком, мы в его честь будем обозначать новую константу большой греческой буквой Π). Таким образом, новая константа может быть найдена из соотношения

$$\Pi = \frac{\hbar_U}{R_U} \approx \frac{10^{-27} \text{ эрг} \cdot \text{с}}{10^{28} \text{ см}} = 10^{-55} \text{ э/с}$$

Все квантовые процессы в рамках представлений ТШРВ должны рассматриваться как *нелокальные* колебания в масштабе Вселенной в целом (что-то типа оболочечных колебаний гиперсферы).

Когда размер Вселенной, к примеру, удвоится, новое значение параметра Планка также окажется вдвое большим по величине. С другой стороны, когда размер Вселенной был равен планковской величине $l_p \approx 1.6 \cdot 10^{-33} \text{ см}$, параметр Планка составлял $\hbar_p = \Pi \cdot l_p = 10^{-55} 1.6 \cdot 10^{-33} \approx 10^{-88} \text{ э/с}$ и, таким образом, $\hbar_U / \hbar_p \approx 10^{60} = D$.

Отдавая себе отчет в радикальности сделанных выводов, я в то же время не вижу убедительных возражений против их справедливости.

В заключение отметим, что предложенная концепция позволяет оценить минимальное значение массы массивной частицы в настоящую эпоху. Очевидно, по правилу де Бройля она должна отвечать максимальному размеру, т.е. размеру Вселенной R_U :

$$m_{\min} c \approx \frac{2\pi\hbar}{R_U}$$

Найденное значение минимальной массы очень мало ($\sim 10^{-66}$ э, при том, что масса электрона составляет около 10^{-27} э). Заметим, что близкое значение для m_{\min} было получено в работе [Wesson, 2003] на основании соображений размерности.

Электрические заряды

Любопытно сравнить выражения для планковской массы и планковского заряда:

$$m_p = \sqrt{\hbar c \cdot \frac{1}{G}} \quad \text{и} \quad q_p = \sqrt{\hbar c \cdot 2\varepsilon_0}.$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума. Сопоставление приводит к выводу, что отношение $q_p / m_p = \sqrt{2\varepsilon_0 G}$ не зависит от времени. Возможно поэтому, что не только массы, но и электрические заряды (в частности, заряд электрона) увеличиваются в нашей Вселенной пропорционально ее возрасту. Если это так, то и постоянная тонкой структуры $\alpha = (e / q_p)^2$ должна зависеть от времени.

Ссылки

[Dirac, 1978] P.A.M. Dirac. Directions in Physics. John Wiley & Sons. NY, 1978.

Русский перевод: П.А.М. Дирак. Пути физики. Энергоатомиздат, М., 1983

[Wesson, 2003] Wesson, P.S., Mod. Phys. Lett. A19 (2004) 19952000, gr-qc/0309100).

[Wikipedia] Planck units. http://en.wikipedia.org/wiki/Planck_units

[Шульман, 2004] М.Х.Шульман. Вариации на темы квантовой теории, 2004.

http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_quantum/Variations.pdf

[Шульман, 2011] М.Х.Шульман. Природа времени и равномерное расширение Вселенной. http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_time/Universe_expansion_rus.pdf