© М.Х.Шульман, 2006 (shulman@dol.ru)
(Обновлено 20.07.2008)

ПОЧЕМУ КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА НЕЛОКАЛЬНА?

A question on a correspondence between the famous Bell's Theorem and Quantum Mechanics foundations is formulated. The statement is argued that the Quantum Mechanics non-locality is due to its prediction nonlinear dependence on an argument, for instance – on the angle difference between two analyzer orientations.

В связи с известной теоремой Белла о нелокальности квантовой механики ставится вопрос о связи этого результата с ее основами. Обосновывается тезис о том, что причина этого связана с *нелинейным* характером зависимости предсказаний квантовой механики от соответствующего аргумента, например – от разности углов между ориентациями двух анализаторов.

Введение

Подавляющее большинство людей при решении повседневных проблем вовсе не нуждается в уточнении общефилософских представлений о мире. Точно так же большинство физиков, решающих практические задачи квантовой механики, не придает большого значения дискуссиям о ее концептуальных основах. Однако рано или поздно наступает время, когда эти – казалось бы, отвлеченные – вопросы неожиданно приобретают практическое значение.

Осознание того, что квантовая механика (КМ) – и именно как теоретическая дисциплина – принципиально не удовлетворяет традиционным релятивистским требованиям локальной причинности, пришло спустя ряд десятилетий после ее появления. Основной вклад здесь принадлежит Альберту Эйнштейну с соавторами **[Эйнштейн и др., 1935]** и Джону Беллу **[Белл, 1964]**. Последний, анализируя работу Эйнштейна, пытался вслед за ним решить проблему неполноты квантовомеханического описания реальности, а в результате – подобно Колумбу (нашедшему Америку вместо Индии) – установил свое знаменитое неравенство, которое в КМ может нарушаться.

Имеются и другие теоретические факты, свидетельствующие о нелокальности КМ. Прежде всего, это формализм Фейнмана для интегралов по траекториям. Как известно, согласно представлениям Фейнмана (и опытным данным), частица (если ее промежуточное движение не контролируется) движется не по какой-то одной, а сразу по всем возможным траекториям, при этом классическому прототипу траектории в модели Фейнмана отвечает возможная траектория с максимальным статистическим весом.

Я хотел бы привести еще один важный пример нелокальности КМ. Как известно, в любое квантово-механическое выражение с ненулевым коммутатором входит универсальная константа ħ (постоянная Планка). В работе **[Шульман, 2004]** мною показано, что для чисто классических осцилляторов можно вывести аналогичные коммутационные выражения, которые отличаются только тем, что в их правой части вместо ħ стоит действие (произведение амплитуд координаты и импульса) для данного осциллятора. Объяснение этому факту я вижу только одно – каждый квантовый осциллятор нелокален и непостижимым с традиционной точки зрения образом распространяется на всю Вселенную. Сама постоянная Планка при этом оказывается пропорциональной текущему периметру (ограниченной) Вселенной.

Обратимся теперь к предсказанию квантовой механики относительно вероятности прохождения поляризованных фотонов через два последовательных поляризатора, разность углов для которых равна θ. Как известно, эта вероятность пропорциональна $\cos^2\theta$, причем она *не зависит от расстояния* между поляризаторами. Предположение о том, что данная формула является лишь приближенной и справедливой только для достаточно коротких промежутков, а для более длинных следует каким-либо образом учитывать и скорость света, является неверным – формула и теоретически является точной, и тщательно проверена экспериментально **[Аспек, 2000]**. Это обстоятельство и позволяет сформулировать утверждение, практически в неизменном виде кочующее из публикации в публикацию: предсказания КМ нарушают неравенства Белла и потому несовместимы с так называемым локальным реализмом.

Однако эта формулировка кажется несколько загадочной. Дело в том, что неравенство Белла на первый взгляд кажется никак не связанным с каким-либо фундаментальным принципом КМ и вообще как бы случайным, во всяком случае - неожиданным. Характерно, что ни в одной известной мне работе не обсуждаются *причины* этой ситуации

Возникают по меньшей мере два вопроса:

(1) Возможны ли в принципе другие теории и другие предсказания, также конфликтующие с локальным реализмом?

(2) Какие именно исходные положения квантовой механики с необходимостью ведут к ее нелокальности?

Я постараюсь дать ниже ответы на эти вопросы после того, как вкратце воспроизведу описание результатов Белла и опытов Аспека, что необходимо из методических соображений.

Теорема Белла и опыты Аспека

Рассмотрим идеи Белла подробнее, следуя замечательно ясной работе **[Аспек, 2000]**. Белл предположил существование некоторого *локального* параметра (или группы таких параметров), обозначенного им через λ. Пусть один фотон каждой разлетающейся ЭПР-пары регистрируется с одной стороны от источника пар анализатором I, а другой фотон – с противоположной стороны анализатором II. Распределение параметра λ по ансамблю пар Белл определил функцией $\rho(\lambda)$. Для данной пары, характеризуемой данным параметром λ, результаты измерения задаются функциями, принимающими только два возможных значения поляризации: +1 и –1):

$A(\lambda,\mathbf{a}) = \pm 1$ в анализаторе I (с ориентацией **a**)

$B(\lambda,\mathbf{b}) = \pm 1$ в анализаторе II (с ориентацией **b**)

Конкретная теория *локального* параметра полностью определяется явным видом функций $\rho(\lambda)$, $A(\lambda,\mathbf{a})$ и $B(\lambda,\mathbf{b})$. Через них можно выразить вероятности различных результатов измерения. Например, корреляционная функция определяется простым соотношением

$$E(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \int d\lambda\, \rho(\lambda)\, A(\lambda,\mathbf{a})\, B(\lambda,\mathbf{b})$$

Рассмотрим теперь величину

$$\begin{aligned} s &= A(\lambda,\mathbf{a})\, B(\lambda,\mathbf{b}) - A(\lambda,\mathbf{a})\, B(\lambda,\mathbf{b'}) + A(\lambda,\mathbf{a'})\, B(\lambda,\mathbf{b}) + A(\lambda,\mathbf{a'})\, B(\lambda,\mathbf{b'}) = \\ &= A(\lambda,\mathbf{a})\, [B(\lambda,\mathbf{b}) - B(\lambda,\mathbf{b'})] + A(\lambda,\mathbf{a'})\, [B(\lambda,\mathbf{b}) + B(\lambda,\mathbf{b'})] \end{aligned}$$

Учитывая, что числа A и B принимают только значения ±1, простой анализ второй строки этого выражения показывает, что

$$s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) = \pm 2$$

Усредняя s по λ, находим, что значение этой величины заключено между +2 и –2:

$$-2 \le \int d\lambda\, \rho(\lambda)\, s(\lambda, \mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) \le 2$$

Мы можем переписать эти неравенства в виде

$$-2 \le S(\mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) \le 2$$

где

$$S(\mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) = E(\mathbf{a},\mathbf{b}) - E(\mathbf{a},\mathbf{b'}) + E(\mathbf{a'},\mathbf{b}) + E(\mathbf{a'},\mathbf{b'})$$

Это и есть неравенство Белла, которое обобщили Клаузер, Хорн, Шимони и Холт. Оно содержит комбинацию S четырех *коэффициентов корреляции* для поляризации, связанных с двумя направлениями анализа для каждого поляризатора (**a** и **a'** для поляризатора I, **b** и **b'** для поляризатора II). Подчеркнем: при выводе в явной форме предположено, что результат $A(\lambda,\mathbf{a})$ измерения поляризации поляризатором I не зависит от ориентации **b** поляризатора II, и наоборот (требование локальности). Действительно, ясно, что приводимые рассуждения для величин $A(\lambda,\mathbf{a},\mathbf{b})$ или $\rho(\lambda,\mathbf{a},\mathbf{b})$ перестают быть справедливыми.

Между тем, КМ предсказывает выражение:

$$S_{KM}(\mathbf{a}, \mathbf{a'}, \mathbf{b}, \mathbf{b'}) = \cos 2(\mathbf{a},\mathbf{b}) - \cos 2(\mathbf{a},\mathbf{b'}) + \cos 2(\mathbf{a'},\mathbf{b}) + \cos 2(\mathbf{a'},\mathbf{b'})$$

Оно является функцией только трех независимых переменных (**a**,**b**), (**b**,**a'**) и (**a'**,**b'**). Действительно, четвертый угол выражается через три остальных:

$$(\mathbf{a},\mathbf{b'}) = (\mathbf{a},\mathbf{b}) + (\mathbf{b},\mathbf{a'}) + (\mathbf{a'},\mathbf{b'})$$

Из соображений симметрии очевидно, что экстремумы функции S достигаются при *равных* значениях углов (**a**,**b**), (**b**,**a'**) и (**a'**, **b'**). Поэтому каждый из них можно обозначить через одну и ту же величину θ, и далее искать экстремумы функции только одной переменной

$$S_{KM}(\theta) = 3\cos 2\theta - \cos 6\theta$$

Ее экстремумы достигаются при условии

$$\sin\theta = \sin 3\theta$$

График $S_{KM}(\theta)$ этой одномерной функции **[Аспек, 2000]** приведен на рис. 1. Конфликт с неравенствами Белла возникает при $|S_{KM}| > 2$

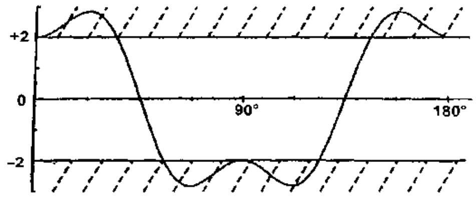

Рисунок 1

Автор работы **[Аспек, 2000]** вместе со своей группой в Оптическом институте в Париже в течение ряда лет провел серию опытов, надежно подтвердивших нелокальный характер квантовой механики. Тест неравенств Белла был, в том числе, обеспечен возможностью переключения в (квази)случайные моменты времени ориентации каждого поляризатора. Проверка неравенств Белла включала суммарно 8000 секунд накопления данных с 4 поляризаторами для критических ориентаций. В конечном счете авторы получили хорошее согласие с предсказаниями квантовой механики и превышение верхнего предела неравенств Белла на 5 стандартных отклонений.

Источник нелокальности квантовой механики

Чтобы ответить на первый из двух вопросов, поставленных во Введении, обратимся теперь к очень важному примеру из работы **[Аспек, 2000]** – основанной на *классических представлениях о локальной причинности* модели, в которой каждый фотон, распространяющийся вдоль оси Oz, предполагается *имеющим* хорошо определенную линейную поляризацию, задаваемую своим углом λ с осью x. Чтобы учесть *жесткую корреляцию* (обусловленную *общим происхождением*), предполагается, что два фотона одной и той же пары испускаются с одной и той же линейной поляризацией, определенной общим углом λ, а поляризация различных пар распределена случайным образом, не зависящим от этого угла. Далее, пусть θ_I и θ_{II} указывают ориентацию поляризаторов, и $A(\lambda,\mathbf{a})$ принимает значение +1, когда поляризация первого фотона характеризуется углом меньше π/4 относительно направления анализа **a**, и значение –1 для дополняющего случая (поляризация ближе к перпендикуляру относительно **a**); аналогично для второго фотона и $B(\lambda,\mathbf{b})$. Для этой понятной модели можно вычислить вероятности различных результатов измерений и корреляционную функцию.

Ниже на рис. 2 показан замечательный результат вычислений. Казалось бы, разница между предсказаниями приведенной простой (классической) модели и предсказаниями квантовой механики всюду небольшая, а для углов 0, ±π/4 и ±π/2 предсказания точно совпадают (жесткая корреляция). Однако эта разница имеет принципиальное значение.

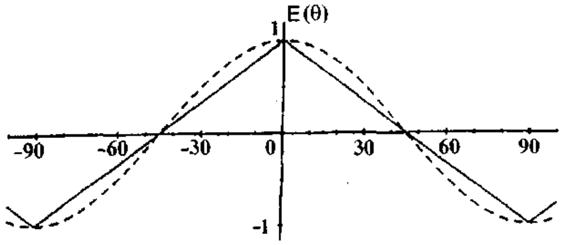

Рисунок 2.

Корреляционный коэффициент E(θ) поляризации как функция относительной ориентации поляризаторов **[Аспек, 2000]**: пунктирная линия – предсказание квантовой механики; сплошная линия – классическая локальная модель.

Для такой локальной классической модели корреляционная функция описывается соотношением

$$E(\mathbf{a},\mathbf{b}) = 1 - 4|(\mathbf{a},\mathbf{b})| / \pi \quad , \qquad \text{где} \quad -\pi/2 \le (\mathbf{a},\mathbf{b}) \le \pi/2$$

а соответствующее выражение для одномерной функции $S_{лок}(\theta)$, везде удовлетворяя неравенству Белла, оказывается вообще не зависящим от аргумента θ:

$$S_{лок}(\theta) = 3E(\theta) - E(\mathbf{3}\theta) = 3*[1 - 4|\theta|/\pi] - [1 - 12|\theta|/\pi] = 2$$

Примечание: Заметим, что для функции *S*(θ) взяты 4=3+1 разных угла, один из которых есть сумма *трех* остальных. По всей вероятности, вместо числа 3 независимых углов можно взять любое число N от 2 и более. Суть состоит в сравнении композиции N *независимых* углов с результатом для суммы этих углов. Иными словами, мы будем иметь дело с функцией $S(\theta) = NE(\theta) - E(\mathbf{N}\theta)$, причем для классической модели всегда получим $S(\theta) = N - 1$.

Очень похоже, что именно независимость *S*(θ) от θ для локальной классической модели является решающим фактором, определяющим принципиальное различие между теориями с дополнительным параметром и теориями без таковых (как, например, квантовая механика). Но независимость *S*(θ) от θ является прямым следствием условия линейности $S(\theta_1+\theta_2) = S(\theta_1)+S(\theta_2)$. Если так, то именно *нелинейная* зависимость вероятности совпадений и несовпадений в квантовой механике является фактором, определяющим ее нелокальность.

Обратимся еще раз к примеру Аспека. Там введены углы θ_I и θ_{II} , указывающие ориентацию поляризаторов. Условие локальности в действительности требует ввести несколько иные аргументы, а именно разности $(\theta_I - \theta)$ и $(\theta_{II} - \theta)$, где θ –- общее начальное условие. Далее, нас интересует функция совпадений (или функция несовпадений, или корреляционный коэффициент) $F\{(\theta_I - \theta), (\theta_{II} - \theta)\}$, и мы надеемся на то, что в конечном случае эта функция будет иметь вид $F\{\theta_I - \theta_{II}\}$, т.е начальное условие θ “выпадет” из окончательного выражения по аналогии с формулой квантовой механики. Но для произвольных значений θ_I и θ_{II} это возможно, повидимому, только при линейной функции

$$F\{(\theta_I - \theta), (\theta_{II} - \theta)\} = A[(\theta_I - \theta) - (\theta_{II} - \theta)] + B = A(\theta_I - \theta_{II}) + B$$

что в точности справедливо применительно к примеру Аспека.

Поскольку квантовая механика предсказывает нелинейную функцию для вероятности совпадений вида $\cos^2(\theta_I - \theta_{II})$, постольку она и не может быть теорией с общим начальным условием локального типа. Очевидно, *любая* теория, дающая *нелинейную* зависимость относительно $(\theta_I - \theta_{II})$, также не может быть теорией такого типа.

Ответ на следующий (второй) вопрос – а почему квантовая механика дает относительно $(\theta_I - \theta_{II})$ именно нелинейное предсказание? – уже достаточно очевидным образом и непосредственно связан с аксиоматикой квантовой механики, с представлением о векторах состояний и углах между ними (в реальном пространстве и в пространстве Гильберта).

БИБЛИОГРАФИЯ

[Аспек, 2000] Alain Aspect. ***B****ell's theorem: the naive view of an experimentalist*. Выступление на конференции памяти Джона Белла, состоявшейся в Вене в декабре 2000 года. Опубликован в "Quantum [Un]speakables - From Bell to Quantum information", изд. R. A. Bertlmann и A. Zeilinger, Springer (2002). Оригинал доступен по ссылке: http://arXiv.org/abs/quant-ph/0402001, рус. пер. доступен по ссылке http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_translation/aspek_teorema_bella.pdf

[Белл, 1964] J.Bell, Physics (N.Y.) 1, p.195, 1964.

[Шульман, 2004] Шульман М.Х. *Вариации на темы квантовой теории.* Москва, Едиториал УРСС, 2004. Доступно по ссылке: http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/shulman_variatsii.pdf

[Эйнштейн и др., 1935] A.Einstein, B.Podolsky, and N.Rosen, Phys. Rev. 47, p. 777, 1935.