
Концепция дальнего действия и квантовая запутанность состояний

Белинский А.В., Шульман М.Х., МГУ

belinsky@inbox.ru, shulman@dol.ru

Аннотация. Рассматривается различие между концепциями дальнего действия и ближнего действия в физике. В концепции ближнего действия подразумевается, что взаимодействия передаются через особых материальных посредников и осуществляются с конечной скоростью. Напротив, согласно концепции дальнего действия, тела должны действовать друг на друга без материальных посредников (через “пустоту”) на любом расстоянии, и такое взаимодействие осуществляется с бесконечно большой скоростью. После обзора ряда характерных примеров из области классической электродинамики и квантовой механики мы приходим к выводу, что в случае, когда переносчиками взаимодействия являются, например, фотоны, распространяющиеся со скоростью света, ближнее действие фактически трансформируется в дальнее действие, поскольку 3-мерное расстояние между зарядом-источником и поглотителем, как и время полета фотона стремятся, “с точки зрения фотона”, к нулю, а причинно-следственное отношение между событиями излучения и поглощения трансформируется в мгновенную корреляционную связь между этими событиями.

Ключевые слова: релятивистская причинность, теория относительности, теория электромагнитного поля, квантовая механика, квантовые корреляции, парадокс Эйнштейна–Подольского–Розена, сверхсветовая скорость, запутанные состояния, квантовая нелокальность

ON THE CONCEPT OF ACTION AT A DISTANCE AND QUANTUM ENTANGLEMENT STATES

Belinsky A.V. and Shulman M.H., Department of mathematical modeling and informatics, Department of Physics of the Earth, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University

Abstract. We consider the differences between two physical interaction concepts: “(nonlocal) action at a distance” and “(local) action by contact”. The local concept presumes that an interaction is transported by special material agents and propagates with a finite speed (for example, the speed of light). Contrary, as the nonlocal concept suggests, an object can be affected without being physically touched (as in mechanical contact) by another object. Such interaction acts instantly at any “empty” distance. After reviewing a number of typical examples from classical electrodynamics and quantum mechanics we come to the conclusion that when the interaction is transported by photons propagating with speed of light then it really transforms to the action at a distance, because the 3D distance between the source charge and the absorber streams to zero (from the photon “viewpoint”) as well as the flight time, and the cause-effect relations transform to the instant correlation between these events.

Keywords: relativistic causality, relativity theory, theory of electromagnetic field, quantum mechanics, quantum correlations, Einstein–Podolsky–Rosen paradox, superluminal speed, entangled states, quantum non-locality.

1. Введение

В классической физике основоположниками концепции близкодействия обычно считают Декарта и Фарадея. При этом подразумевается, что

- взаимодействия передаются через особых материальных посредников,
- такие взаимодействия осуществляются с конечной скоростью.

Напротив, принято считать, что, согласно концепции дальнодействия, тела должны действовать друг на друга

- без материальных посредников (через “пустоту”) на любом расстоянии,
- такие взаимодействия осуществляются с бесконечно большой скоростью.

Теоретические исследования выявили определенные сложности в теориях, использующих концепцию дальнодействия, поэтому современные подходы чаще основываются на парадигме близкодействия.

С нашей точки зрения, противопоставление двух упомянутых концепций не имеет под собой незыблемого основания. В самом деле, когда говорят о взаимно удаленных телах, имеют в виду наличие произвольно большого разделяющего их 3-мерного расстояния. Однако стоит напомнить очевидный факт, что такая мера удаленности имеет относительный характер – эта мера может стать сколь угодно малой, если рассматривать эту же конфигурацию двух тел не в лабораторной, а в быстро движущейся системе отсчета. Мы подробно проанализируем этот тезис в конце публикации, а перед этим рассмотрим особенности концепции дальнодействия в классической электродинамике и фундаментальную роль мгновенных нелокальных корреляций в квантовой механике.

Важно также, что проблема взаимосвязи концепции дальнодействия и явления квантовой запутанности пространственно удаленных объектов приобретает особую актуальность в связи с развитием реляционной концепции в физике. Отметим, что реляционная концепция опирается на три фактора: реляционный взгляд на природу пространства-времени, на описание физических взаимодействий в рамках концепции дальнодействия и принцип Маха. В XX веке названные составляющие реляционного подхода многократно обсуждались в трудах Я.И. Френкеля, Р. Фейнмана, Ф. Хойла и ряда других известных авторов, см, напр., [Владимиров Ю.С.]. Данная работа посвящена исследованию второй составляющей реляционного подхода на основе последних достижений в квантовой электродинамике.

2. Дальнодействие в классической электродинамике

2.1. В классической электродинамике, как известно (см., например, [Chubykalo A., Espinoza A., Flores R.A.]), однозначно определяются электрическое $\vec{E}$ и магнитное $\vec{B}$ поля, для которых формулируются представления об электрическом скалярном потенциале φ и магнитном вектор-потенциале $\vec{A}$:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (1a)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}. \quad (1b)$$

Эти потенциалы удовлетворяют уравнениям:

$$\nabla^2 \varphi + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{A} = -\frac{4\pi}{c} \rho \quad (2a)$$

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} - \nabla \left(\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{A} \right) = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}, \quad (2b)$$

где c – скорость света, ρ – плотность заряда, $\vec{j}$ – плотность тока.

При этом определение потенциалов в классической электродинамике *неоднозначно*, при том, что $\vec{E}$ и $\vec{B}$ инвариантны относительно *калибровочного* преобразования:

$$\varphi' = \varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (3a)$$

$$\vec{A}' = \vec{A} + \nabla \psi, \quad (3b)$$

где $\psi = \psi(x, y, z, t)$ – некоторая произвольная скалярная функция. Можно выбрать ψ таким образом, чтобы наложить на потенциалы $\vec{A}$ и φ дополнительные условия, например, выбрать калибровку Лоренца

$$\nabla \cdot \vec{A} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (4a)$$

или калибровку Кулона

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0. \quad (4b).$$

Векторы электрического и магнитного поля, а также тока можно разделить на две компоненты – *продольную* (безвихревую) с равным нулю ротором (Π) и *поперечную* (соленоидальную) с равной нулю дивергенцией ($\perp$):

$$\vec{E} = \vec{E}_{\Pi} + \vec{E}_{\perp}, \quad (5a)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_{\Pi} + \vec{B}_{\perp}, \quad (5b)$$

$$\vec{j} = \vec{j}_{\Pi} + \vec{j}_{\perp}. \quad (5c)$$

2.2. Как отмечается в [Messiah A.], из уравнений Максвелла следует, что $\vec{B}_{\Pi} = 0$, и что $\vec{E}_{\Pi}(\vec{r}, t)$ есть *электростатическое* (т.е. *дальнодействующее*) поле, созданное распределением заряда $\rho(\vec{r}, t)$. Следовательно, для определения динамического состояния системы достаточно задать распределения зарядов и токов (т.е. координаты и скорости частиц) и поперечные поля $\vec{B}_{\perp}$ и $\vec{E}_{\perp}$. Воспользовавшись калибровкой Кулона (4b), можно сформулировать теорию, полностью устранив продольную часть электромагнитного поля. При этом оказывается, что на *каждую* частицу действует сила Лоренца, порожденная *поперечным* полем, и *электростатическая* сила со стороны всех *других* частиц.

Аналогичным образом, в работе [Chubykalo A., Espinoza A., Flores R.A.] показано, что, используя *теорему Гельмгольца*, можно вывести систему уравнений

$$\nabla^2 \Phi = -4\pi\rho, \quad (6a)$$

$$\nabla^2 \vec{A}_{\perp} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}_{\perp}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_{\perp}, \quad (6b)$$

где Φ – некоторый скалярный потенциал. В уравнение (6a) никак не входит время и, следовательно, подразумевается бесконечно большая скорость взаимодействия, т.е. пресловутое *мгновенное действие на расстоянии* (только для вновь введенного скалярного потенциала Φ , но не для $\vec{A}_\perp$ и полей $\vec{E}$ и $\vec{B}$). Величины Φ и $\vec{A}_\perp$ возникают без искусственного включения условий калибровки, и вместо системы уравнений (1) авторы [Chubykalo A., Espinoza A., Flores R.A.] получают систему

$$\vec{E} = -\nabla\Phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}_\perp}{\partial t}, \quad (7a)$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}_\perp. \quad (7b)$$

Таким образом преобразованные уравнения поля позволяют вполне законным образом оперировать *мгновенным* взаимодействием, т.е. использовать концепцию дальнего действия.

2.3. В 1945 г. выдающиеся американские физики Дж. Уилер и Р. Фейнман развили теорию прямого (непосредственного и мгновенного) межчастичного взаимодействия между заряженными частицами [Wheeler J.A., Feynman R.P.], в которой исходили, в частности, из того, что:

- поле, действующее на данную частицу, обусловлено только *непосредственным* действием других частиц;
- это поле излучения описывается полусуммой опережающего и запаздывающего решений Лиенарта-Вихерта уравнений Максвелла, симметричной по отношению к прошлому и будущему. При этом авторы [Wheeler J.A., Feynman R.P.] исходят из представления о полной обратимости, лежащей в основании унифицированной теории действия на расстоянии.

Возмущение, создаваемое ускоряемым *зарядом*, приводит к движению каждой частицы *поглотителя*, которая из-за этого генерирует поле – полусумму опережающего и запаздывающего членов. Сумма опережающих воздействий всех частиц поглотителя, определенная в пробной точке вблизи от исходного заряда, дает результирующее поле. Оно воздействует на источник возмущения с силой, которая является конечной, *одновременной с моментом возмущения* и точно соответствующей по величине и направлению той силе, которая отвечает передаче энергии от источника к окружающей среде.

Таким образом, в теории Уилера – Фейнмана также возникает парадигма дальнего действия, т.е. мгновенного действия на произвольном расстоянии. Такая теория не только предсказывает те же результаты, что и стандартное решение системы уравнения Максвелла, но и эффективно описывает эффект т.н. *радиационного трения*.

Итак, мы видим, что концепция дальнего действия в классической электродинамике, во всяком случае, заслуживает внимательного рассмотрения.

3. Запутанность в квантовой механике

3.1. Как известно, в квантовой теории и соответствующих экспериментах недвусмысленно выявлено существование квантовых корреляций между состояниями объектов, удаленных один от другого на (теоретически сколь угодно) большое 3-мерное расстояние. Впервые на эту проблему обратили внимание Эйнштейн, Подольский и Розен (парадокс ЭПР) [Einstein A., Podolsky B., Rosen N.]. Большую роль в последующей дискуссии и обсуждении постановки экспериментов сыграла работа Белла [Bell J. S.]. Реальное начало экспериментальной проверки парадокса ЭПР связано с работами группы Аспе [Aspect A.]. Современные эксперименты убедительно подтверждают наличие квантовых корреляций

(см., например, [Salart D., Baas A., Branciard C., Gisin N., Zbinden H.], [Kim Y.-H., Yu R., Kulik S.P. et al.], [Ma X., Kofler J., Qarry A. et al.]) и квантовой нелокальности, как в случае эффекта Ааронова – Боме [Aharonov Y., Bohm D.], [van Oudenaarden A., Devoret M.H., Nazarov Y.V. et al.].

Кратко напомним конкретные примеры квантовой запутанности. В так называемых ЭПР-экспериментах два запутанных фотона разлетаются от общего источника в противоположные стороны и детектируются двумя независимыми поляризационными детекторами. При этом вероятность совместной регистрации оказывается зависящей только от разности углов осей поляризации детекторов *в момент регистрации*, а не в любой предшествующий момент времени. Иными словами, корреляция разности углов устанавливается мгновенно, а не с задержкой на время движения фотонов.

3.2. В работе [Salart D., Baas A., Branciard C., Gisin N., Zbinden H.] отмечается:

«Реальное “призрачное действие на расстоянии” требовало бы сверхсветового влияния $<...>$. Здесь мы оцениваем экспериментальные границы скорости всех таких гипотетических воздействий. Мы осуществили эксперимент Белла в течение более чем 24 часов между двумя населенными пунктами, удаленными один от другого на 18 км примерно по оси восток-запад, источник фотонов был расположен примерно посередине. Мы непрерывно наблюдали 2-фотонную интерференцию, заведомо превышавшую порог для неравенства Белла. Благодаря вращению Земли конфигурация нашего эксперимента позволила нам определить для любой возможной привилегированной системы отсчета нижнюю границу скорости этого призрачного влияния. Например, если бы такая привилегированная система отсчета существовала, и в ней скорость Земли составляла бы менее чем 10^{-3} от скорости света, то тогда это призрачное влияние распространялось бы со скоростью, превышающую скорость света по крайней мере на 4 порядка».

3.3. Квантовая корреляция замечательно характеризуется экспериментами с так называемым “отложенным выбором” (впервые предложены Дж. Уилером). Например, в работе группы А. Цайлингера [Ma X., Kofler J., Qarry A. et al.] решение о той или иной конфигурации *измерения* принимается на заключительной (а не начальной) стадии процесса распространения фотона (в лабораторной системе отсчета). В двух экспериментальных реализациях (Вена, 2007 и Канарские острова, 2008) источник запутанных фотонных ЭПР-пар испускал пару фотонов (“системный фотон” и “фотон среды”). Системный фотон распространялся через интерферометр в одну сторону, а фотон среды являлся объектом поляризационных измерений с другой стороны от источника. Выбор вида измерения, позволяющий либо задать информацию о выборе пути (“a” или “b”), либо получить интерференционную картину для системных фотонов, делался в условиях локальности по Эйнштейну, т.е. причинная связь (в лабораторной системе отсчета) между системным фотоном и фотоном среды заведомо отсутствовала. Целью этого эксперимента являлась манипуляция типом поведения системного фотона с помощью измерительного воздействия на фотон среды. При измерении фотона среды в линейном базисе выявляется информация о выборе пути системным фотоном, при этом интерференция системного фотона наблюдаться не может; при измерении фотона среды в круговом базисе информация о выборе пути стирается, возникает интерференция системного фотона, которая зависит от сдвига фаз в плечах “a” и “b” (волновое поведение). Если путь системного фотона до детектора длиннее, чем путь фотона среды до коммутатора, то парадокса нет – событие манипуляции фотоном среды (в лабораторной системе отсчета) происходит *раньше*, чем на выходе интерферометра возникает или не возникает интерференционная картина. Однако в том случае, когда путь системного фотона до детектора делается короче, чем путь фотона среды до коммутатора,

то в лабораторной системе отсчета возникает, как считают авторы работы [Ma X., Kofler J., Qarry A. et al.], парадокс – событие манипуляции фотоном среды происходит *позже*, чем на выходе интерферометра возникает или не возникает интерференционная картина, и это экспериментальный факт.

4. Заключение

Известный швейцарский физик Н. Жизэн в недавно вышедшей книге [Gisin N.] писал:

“Мы можем также рассмотреть воздействие, способное распространяться на бесконечной скорости, опять же определенной относительно какой-то привилегированной системы отсчета. <...>. Однако эта гипотеза предполагает, что воздействия могут мгновенно соединять произвольные области пространства. Но тогда что такое пространство, если воздействия могут мгновенно соединять произвольные удаленные друг от друга области? В известном смысле принять такие воздействия как объяснение нелокальных корреляций – все равно что признать, что на самом деле они распространяются не в нашем пространстве, а следуют какому-то «черному ходу» нулевой длины вне его.”

Каким же образом “*воздействия могут мгновенно соединять произвольные области пространства*”? Дело в том, что речь должна идти не о пространстве, но о пространстве-времени, т.е. *взаимная удаленность точек в 3-мерном пространстве вовсе не означает, что соответствующие точки-события удалены и в 4-мерном пространстве – времени*: в последнем “соседние” 4-точки лежат на световом конусе, где нулю равен 4-интервал между любой парой из них. С нашей точки зрения, именно в этом состоит недостаточность определений понятий дальнодействия и близкодействия. Другими словами, понятие “удаленность” является относительным – в разных системах отсчета удаленность различается по величине и за счет выбора системы отсчета может быть сделана сколь угодно малой.

Ситуация вполне аналогична известному в теории относительности “парадоксу близнецов”. Кванты электромагнитного поля – фотоны – распространяются от источника поля к поглотителю со скоростью света, для них продолжительность *собственного* времени такого движения равна нулю. Поскольку в системе отсчета “обычного” наблюдателя продолжительность времени движения фотона больше нуля, возникает такой же объективный конфликт показаний часов, как у “близнеца-космонавта” и “близнеца-землянина”.

Специальная теория относительности разрешает этот конфликт удивительным образом: для фотона старт и финиш – это *не два* разных события, а *одно и то же*, между стартовым и финальным состояниями возникает не *причинно-следственная*, а *корреляционная* связь. С другой стороны, обычный наблюдатель в связанной с ним лабораторной системе отсчета воспринимает старт и финиш фотона как два отдельных события, связанных причинно-следственной связью; между тем в действительности финал процесса уже предопределен стартом, т. е. для такого наблюдателя *запрещена* ситуация, при которой фотон не достигнет конечной цели из-за какого-нибудь препятствия посередине пути.

Вернемся к (кажущемуся, как мы считаем) противоречию между концепциями дальнодействия и близкодействия, сформулированным во Введении. Как и в концепции *близкодействия*, взаимодействия передаются с помощью некоторых материальных частиц-посредников, которые движутся с определенной скоростью. Если бы частицы посредники обладали досветовой скоростью, то в сопутствующей (собственной) системе отсчета время полета таких частиц и проходимое ими расстояние было бы тем меньше, чем выше скорость движения частицы-посредника. При стремлении этой скорости к

скорости света и время полета, и пройденное расстояние будут стремиться к нулю. Поскольку же переносчиками взаимодействия являются кванты электромагнитного поля, которые распространяются как раз со скоростью света, то источник кванта и его поглотитель уже нельзя считать взаимно удаленными телами. При этом концепция близкогодействия переходит в концепцию дальнегодействия, которая, однако, уже не предусматривает ни “пустоты” (есть квант-посредник), ни ограничений на меру (чисто пространственной) удаленности в *исходной лабораторной системе отсчета*, ни сверхсветовой скорости распространения переносчика взаимодействия.

В работах [Белинский А.В., Шульман М.Х.], [Belinsky A.V., Shulman M.H.] мы указывали, что при этом исчезает направленная во времени передача энергии взаимодействия, но среднеквадратичное значение этой энергии оказывается больше нуля, т.е. взаимовлияние двух событий имеет место, хотя ни одно из них в определенном смысле не может быть ни причиной, ни следствием другого. Действительно, пусть испущенный фонариком фотон инициирует взрыв бомбы на некотором удалении от фонарика. В лабораторной системе отсчета мы обычно считаем взрыв бомбы следствием, а акт излучения фотона – причиной, т. е. двумя событиями, разделенными строго положительным интервалом времени. Но, “с точки зрения фотона”, это *не* два отдельных события, а одно, поэтому и в лабораторной системе отсчета было бы корректнее считать эти события не причинно-связанными, а коррелированными.

Итак, кажущееся противоречие между концепциями дальнегодействия и близкогодействия оказывается не столь радикальным, как это представляется на первый взгляд.

Отметим также, что гипотеза о мгновенной фотонной связи квантовых объектов в запутанном состоянии способствует продвижению на пути к решению не только проблемы физической природы механизма непосредственного (прямого) межчастичного взаимодействия, но и фактически представляет доводы в пользу решения одной из ключевых проблем современной физики – вывода классических пространственно-временных представлений из понятий физики микромира [Владимиров Ю.С.], где процессы электромагнитного излучения и поглощения чрезвычайно важны.

Литература

1. Владимирова Ю.С. Реляционная концепция Лейбница-Маха. М.: ЛЕНАНД, 2017. 232 с.
2. Владимирова Ю.С. Физика дальнегодействия. Природа пространства-времени. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. 224 с.
3. Chubykalo A., Espinoza A., Flores R.A. // Physika Scripta 2011. V. 84. P. 015009.
4. Messiah A. Quantum Mechanics. Volume II. North Holland Publishing Company 1965.
5. Wheeler J.A., Feynman R.P. // Rev. of Modern Physics. 1945. V. 17 P.156.
6. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. // Phys. Rev. 1935. V. 47. P. 777.
7. Bell J. S. // Physics. 1964. V.1. P. 195.
8. Aspect A. Proceedings of the Eighth International Conference on Atomic Physics. 1982. Edited by I. Lindgren, A. Rosen and S. Svanberg. P. 103 – 128.
9. Salart D., Baas A., Branciard C., Gisin N., Zbinden H. // Nature 2012. V.454, P.861.
10. Kim Y-H., Yu R., Kulik S.P. et al. // Phys. Rev. Lett., 2000, V. 84. P. 1.
11. Ma X., Kofler J., Qarry A. et al. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA 2013. V. 110. P.1221.
12. Aharonov Y., Bohm D. // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 485.
13. van Oudenaarden A., Devoret M.H., Nazarov Y.V. et.al. // Nature. 1998. V. 391. P.768.
14. Gisin N. Quantum Chance. Nonlocality, Teleportation and Other Quantum Marvels. Springer International Publishing Switzerland, 2014.
15. Белинский А.В., Шульман М.Х. // Пространство, время и фундаментальные взаимодействия. 2016. №4. С. 29.
16. Belinsky A.V., Shulman M.H. // Journal of Russian Laser Research. 2017. V. 38, P. 230.

References

1. Vladimirov Yu.S. Relyatseonnaya kontseptsiya Leybnitsa-Makha. [The relational concept of Leibniz-Mach]. M.: LENAND, 2017. 232 p.
2. Vladimirov Yu.S. Fizika dal'nodeystviya. Priroda prostranstva-vremeni. [Action at a distance physics. The nature of space-time]. M.: Knizhnyy dom «LIBROKOM», 2012. 224 p.
3. Chubykalo A., Espinoza A., Flores R.A. // Physika Scripta 2011. V. 84. P. 015009.
4. Messiah A. Quantum Mechanics. Volume II. North Holland Publishing Company 1965.
5. Wheeler J.A., Feynman R.P. // Rev. of Modern Physics. 1945. V. 17 P.156.
6. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. // Phys. Rev. 1935. V. 47. P. 777.
7. Bell J. S. // Physics. 1964. V.1. P. 195.
8. Aspect A. Proceedings of the Eighth International Conference on Atomic Physics. 1982. Edited by I. Lindgren, A. Rosen and S. Svanberg. P. 103 – 128.
9. Salart D., Baas A., Branciard C., Gisin N., Zbinden H. // Nature 2012. V.454, P.861.
10. Kim Y-H., Yu R., Kulik S.P. et al. // Phys. Rev. Lett., 2000, V. 84. P. 1.
11. Ma X., Kofler J., Qarry A. et al. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA 2013. V. 110. P.1221.
12. Aharonov Y., Bohm D. // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 485.
13. van Oudenaarden A., Devoret M.H., Nazarov Y.V. et.al. // Nature. 1998. V. 391. P.768.
14. Gisin N. Quantum Chance. Nonlocality, Teleportation and Other Quantum Marvels. Springer International Publishing Switzerland, 2014. 109 p.
15. Belinsky A.V., Shulman M.H. // Prostranstvo, vremya i fundamental'nye vzaimodeystviya. 2016. №4. P. 29.
16. Belinsky A.V., Shulman M.H. // Journal of Russian Laser Research. 2017. V. 38, P. 230.

Белинский Александр Витальевич – д.физ.-мат.н., ведущий научный сотрудник кафедры математического моделирования и информатики, профессор кафедры физики Земли. Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет. Москва. belinsky@inbox.ru

Belinsky Alexander Vital'evich, the leading scientific researcher of the Department of Mathematical Modeling and Informatics, Professor of the Department of Physics of the Earth. Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University

Шульман Михаил Хананович – физик, Москва, [shulman @ dol.ru](mailto:shulman@dol.ru)

Shulman Michael Hananovich – physicist