

# О квантовой суперпозиции траекторий частиц

А.В. Белинский\*, М.Х. Шульман<sup>§</sup>

\* Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова; e-mail: [belinsky@inbox.ru](mailto:belinsky@inbox.ru)

<sup>§</sup> Независимый исследователь; e-mail: [shulman@dol.ru](mailto:shulman@dol.ru)

Двухщелевой эксперимент с квантовыми частицами принято описывать по аналогии с классической интерференцией. При этом вместо амплитуды “реальной” волны вводится (комплексная) амплитуда волновой функции, тогда как квадрат модуля этой амплитуды дает значение вероятности (правило Борна). Фейнман считал это главной загадкой квантовой механики. В настоящей работе мы приходим к тому же результату, используя обычное правило сложения *совместных* альтернатив теории вероятностей, т.е. физически допуская прохождение частиц не через какую-либо одну из щелей, а сразу через обе. Исходя из этого, мы объясняем постепенное возникновение интерференционной картины в серии опытов с единичными частицами исключительно статистическими свойствами отдельных опытов, но не коллективными свойствами ансамбля (в частности – каким-либо “запутыванием во времени”). Обсуждается также аналогичная ситуация с альтернативными траекториями блуждания атомов цезия в опыте по проверке неравенств Леггетта – Гарга.

## 1. Описание двухщелевого эксперимента

Как известно, в квантовой механике рассматриваемые системы и процессы с их участием могут находиться в состоянии суперпозиции, чего нет в классической теории. Есть все основания предполагать, что, например, траектории квантовых частиц в двухщелевом эксперименте могут находиться в состоянии суперпозиции.

Знаменитый двухщелевой эксперимент с одиночными частицами (электронами или фотонами) на уровне научного шедевра описал Ричард Фейнман в своем знаменитом курсе лекций по физике [1].

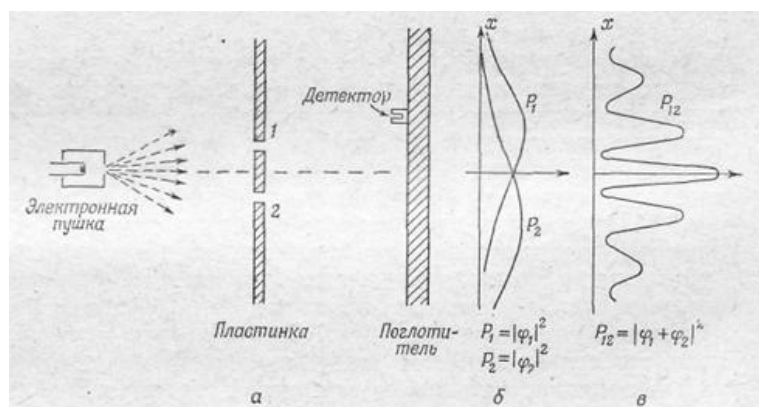


Рисунок 1. Схема двухщелевого эксперимента [1]

Если установлен контроль за тем, по какому пути (which way) пролетают электроны, то мы получаем распределение интенсивности следов попадания электронов на экран, показанное на диаграмме (б); это чисто механическая сумма ситуаций, при которой та или иная щель закрыта, никакой интерференции не наблюдается:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2, \quad (1a)$$

где квадрат амплитуды  $A$  (интенсивность) суммарной волны равен сумме квадратов амплитуд (интенсивностей) двух *гармонических* волновых компонент. Если же *which way* – контроль отсутствует, то между двумя возможными *траекториями* возникает интерференция, см диаграмму (в), как между двумя когерентными источниками классических волн:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos \Delta\varphi, \quad (1b)$$

т.е. добавляется интерференционный член, в который входит разность фаз  $\Delta\varphi$  между волнами, выходящими из двух отверстий и пересекающимися в точке наблюдения.

В формулах (1a, 1b) речь идет об *амплитудах* гармонических потоков частиц, т.е. неявно имеется в виду более или менее *коллективное* движение частиц, не разделенных значительными промежутками времени. Однако в случае, когда через щели поочередно пролетают *одиночные* частицы, разделенные относительно длительными интервалами времени, следует говорить не об амплитуде потока, а о *вероятности* для одиночной частицы двигаться по той или иной траектории. Но переход от амплитуды потока к вероятности для одиночной частицы не представляет большой проблемы – эта вероятность должна быть просто пропорциональна соответствующей интенсивности, т.е. квадрату амплитуды.

Фейнман подходит к этой ситуации следующим образом. Вместо обычной амплитуды гармонического источника он пользуется понятием *комплексной амплитуды* вероятности  $a$ , которая с точностью до фазового множителя равна корню квадратному из вероятности  $P$  события в идеальном опыте, т.е.  $|a|^2 = P$ . Если событие может произойти *несколькими* способами, то амплитуда вероятности события – это сумма амплитуд вероятностей каждого отдельного события, возникает интерференция:  $a = a_1 + a_2$  и  $P = |a_1 + a_2|^2$ ; при этом интерферирующие члены в формуле для вероятности возникают в результате перемножения одной амплитуды на комплексно сопряженную к другой. Но если ставится опыт, позволяющий узнать, какой из этих способов на самом деле осуществляется, то вероятность события – это сумма вероятностей для каждого отдельного способа, интерференция отсутствует:  $P = |a_1|^2 + |a_2|^2$ .

## 2. Формализм для описания суперпозиции

Попробуем сделать переход к вероятностям более прямым и ясным. Имеет смысл воспользоваться формулой расчета полной вероятности  $P(A_1 \cup A_2)$  для двух *совместных* альтернатив [2], т.е. допустить, что одна из альтернатив не обязательно исключает осуществление другой. В таком случае эта полная вероятность может быть представлена в виде

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) - P(A_1 \cap A_2). \quad (2)$$

где:

$P(A_1) \sim A_1^2$  – вероятность реализации только альтернативы  $A_1$ ;

$P(A_2) \sim A_2^2$  – вероятность реализации только альтернативы  $A_2$ ;

$P(A_1 \cap A_2)$  – вероятность совместной реализации альтернатив  $A_1$  и  $A_2$ .

С целью уподобления формулы (2) формуле (1b), запишем теперь<sup>1</sup>:

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) + 2K_0. \quad (3)$$

<sup>1</sup> Полезно вспомнить, что дисперсия двух величин в общем случае выглядит аналогично:  $D(A_1 \cup A_2) = D(A_1) + D(A_2) + 2K_0$  см. [2].

где через  $K_0$  мы обозначили т.н. корреляционный момент между альтернативами  $A_1$  и  $A_2$ :

$$K_0 = -P(A_1 \cap A_2)/2. \quad (4)$$

Поскольку полная вероятность должна быть равна единице, то есть

$$P(A_1 \cup A_2) = 1, \quad (5)$$

то из (3) находим, что корреляционный момент  $K_0$  равен

$$K_0 = - (1/2)[ P(A_1) + P(A_2) - 1]. \quad (6)$$

Сравнивая выражения (1b) и (3), мы видим, что в случае двухщелевого эксперимента

$$K_0 \sim (- A_1 A_2 \cos \Delta\varphi). \quad (7)$$

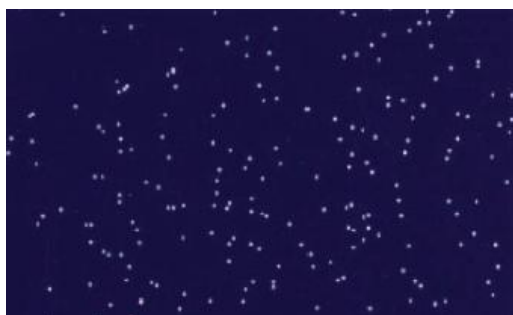
т.е. пропорционален коэффициенту корреляции  $\cos \Delta\varphi$  (и совпадает с ним с точностью до знака, если амплитуды альтернатив равны).

### 3. Есть ли запутанность во времени для траекторий в двухщелевом эксперименте?

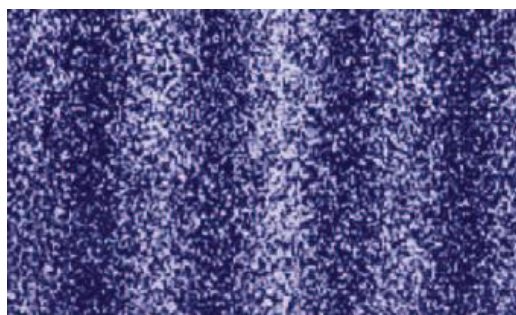
Перейдем теперь к вопросу о том, нужно ли в данном случае говорить о запутанности траекторий во времени? Например, в опытах Тономур [3] исследовалось рассеяние пучка *одиночных* электронов в бипризме, которая по своим физическим свойствам аналогична экрану с двумя щелями. В опытах можно было постепенно накапливать и фиксировать результат прохождения определенного числа электронов (рис. 2).

По мере накопления возникает отчетливая интерференционная картина. В связи с этим возникает дилемма:

- либо мы имеем дело с коллективным поведением электронов, когда (как минимум) последующие траектории “знают” о предшествующем распределении следов на экране, так что корпускулярно-волновой дуализм имеет смысл только при коллективном описании;
- либо электрон интерферирует сам с собой (точнее, интерферируют две возможные траектории движения электрона), т.е. в каждом опыте с единичным электроном распределение вероятностей попадания электрона в соответствующую точку экрана описывается соотношением (1b), а не соотношением (1a), и корпускулярно-волновой дуализм имеет смысл уже при единичном описании.



Следы 200 электронов



Следы 140 000 электронов

Рисунок 2. Следы электронов на экране в опытах Тономур [3]

С нашей точки зрения, нет смысла говорить о первом сценарии и описании исключительно коллектива единичных электронов, точно так же, как нет смысла говорить о “мистическом” знании отдельными членами большого физического ансамбля значений макроскопических параметров ансамбля в целом (например, температуры газа в некотором объеме). Статистика возникает сама по себе, в силу закона больших чисел, вероятности для коррелированных альтернатив по мере увеличения численности ансамбля складываются в макроскопически наблюдаемые картины интерференции.

#### 4. Другой пример суперпозиции траекторий

В 2015 году группа экспериментаторов из Германии и Великобритании осуществила эксперимент [4], в котором исследовались квантовые блуждания атома цезия, в процессе квантовой диффузии перемещавшегося в одномерном потенциале, созданном двумя независимыми оптическими решетками. В эксперименте, по утверждению авторов, строго исключаются любые объяснения квантовой транспортировки атома цезия по классическим хорошо определенным траекториям, что свидетельствует о его перемещении по *суперпозиции* возможных альтернативных траекторий.

Эта работа выполнялась с целью проверки неравенства Леггета – Гарга [5], согласно которому попарные корреляции при многократно повторенной серии из трех последовательных измерений позволяют установить различие между классическими (однозначно определенными) состояниями, не образующими суперпозиции, с одной стороны, и квантовыми состояниями, которые такую суперпозицию образуют, с другой.

В связи с этим мы хотели бы сделать два замечания. Во-первых, в работе Леггета – Гарга [5] речь шла о суперпозиции именно состояний, а не траекторий, к чему без явной оговорки свели свое исследование авторы работы [4].

Во-вторых, по нашему мнению, именно наличие корреляции может быть значительно более простым доказательством существования суперпозиции, нежели неравенство Леггета – Гарга. Действительно, в нашей работе [6] показано, что выполнение или невыполнение неравенства Леггета – Гарга однозначно определяется значениями входящих в него трех парных коэффициентов линейной корреляции между измерениями дихотомической величины. Это, собственно, подкрепляет исходную идею Лебега, что именно корреляционные связи отличают (принципиально несовместные) классические альтернативы от (совместных) квантовых. Поэтому, как мы считаем, сам факт наличия корреляции – т.е. отличия от нуля коэффициента корреляции – уже свидетельствует о неклассичности рассматриваемых альтернатив. Например, для набора альтернативных траекторий в работе [4] можно сравнить вероятности  $P_1, P_2, \dots, P_n$  прохождения атома цезия из начальной точки в финальную при контроле конкретной траектории (which way) с вероятностью  $P_0$  без такого контроля. Если сумма вероятностей  $P_1, P_2, \dots, P_n$  не будет равна  $P_0$ , то это и будет означать, что складываются амплитуды, а не вероятности, т.е. будет подтверждено существование суперпозиции траекторий.

Является ли наличие корреляций *достаточным условием неклассичности* физических альтернатив? Вообще говоря, нет, потому что и в классических физических системах могут возникать взаимосвязи и/или обратные связи, приводящие к появлению корреляций между альтернативами. Но в постановке Леггета, когда речь идет об однозначно определенных состояниях, не зависящих от других возможных состояний (макореализм), этого, по нашему мнению, вполне достаточно.

С другой стороны, хотя это и кажется на первый взгляд неожиданным, сами неравенства Леггета – Гарга не образуют оптимальную плотную границу для макрореалистических теорий типа неравенств Белла применительно к локальному реализму [7], они не обязательно ограничивают пространство параметра, в котором могут быть установлены потенциальные нарушения макроскопического реализма. Это иллюстрирует рис. 3:

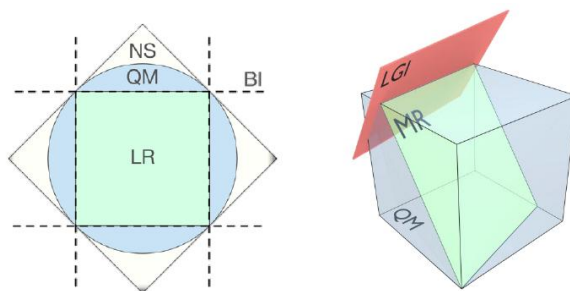


Рисунок 3. Границы для неравенств Белла и Леггетта – Гарга [7]

Слева: Все рациональные физические теории, включая квантовую механику (QM), подчиняются гипотезе бессигнальности (NS). Локальный реализм (LR) плотно ограничен неравенствами Белла (BI), которые поэтому являются оптимальным средством для экспериментального теста. NS, QM, и LR все “живут” в вероятностном пространстве одной и той же размерности; для простоты на рисунке показан двумерный случай.

Справа: Совершенно иная картина для макроскопического реализма (MR). MR and QM здесь “живут” в вероятностных пространствах различной размерности. Неравенства Леггетта – Гарга (LGI) “врезаются” через QM-пространство и не ограничивают плотно MR. Следовательно, LGI не являются оптимальным экспериментальным тестом для MR.

**Графика:** MPQ, Theory Division

### Благодарность

МХШ выражает сердечную благодарность А.В. Каминскому за глубокое и плодотворное обсуждение содержания публикации; А.В. Каминский не несет, однако, ответственности за выводы, сделанные в работе.

### Ссылки

- [1] R.P.Feynman, R.B. Leighton, M. Sands. The Feynman lectures on physics. Addison-Wesley publishing company, inc. 1963. Рус. пер.:Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. М., “Мир”, 1976.
- [2] Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Изд. 4-е. М.: Наука, 1969. 576 с.
- [3] А. Tonomura. Direct observation of thitherto unobservable quantum phenomena by using electrons. PNAS, October 18, 2005. Vol. 102, No. 42. P. 14952-14959.
- [4] C. Robens et al. Ideal Negative Measurements in Quantum Walks Disprove Theories Based on Classical Trajectories. Phys. Rev. X 5, 011003 (2015).
- [5] A. J. Leggett and A. Garg. Quantum Mechanics versus Macroscopic Realism: Is the Flux There When Nobody Looks? Phys. Rev. Lett. 54, 857-860 (1985).
- [6] А.В. Белинский, М.Х. Шульман. Неравенства Белла, Леггетта и квантовая суперпозиция. Доклад в ИФ РАН 14.04.2016  
[http://www.timeorigin21.narod.ru/rus\\_quantum/2016\\_04\\_14\\_Report.pdf](http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_quantum/2016_04_14_Report.pdf)
- [7] Lucas Clemente and Johannes Kofler. No Fine theorem for macrorealism: Limitations of the Leggett-Garg inequality. Phys.Rev.Lett.116.150401, DOI:10.1103, 15 April 2016; Olivia Meyer-Streng. Better tests for Schrödinger cats.  
[http://www.mpq.mpg.de/5320117/16\\_04\\_18](http://www.mpq.mpg.de/5320117/16_04_18)  
 Русский перевод: О. Мейер-Стренг. Об улучшении тестов для котов Шрёдингера.  
[http://www.timeorigin21.narod.ru/rus\\_translation/Clemente\\_an\\_Kofler.pdf](http://www.timeorigin21.narod.ru/rus_translation/Clemente_an_Kofler.pdf)