

## ЭПР-опыты и нелокальность<sup>1</sup>

(28.05.2013)

Теорема Белла является примером “негативного” утверждения: применительно к паре разлетающихся запутанных квантовых частиц она констатирует, что корреляция результатов измерений *не может* быть объяснена без привлечения концепции нелокального взаимодействия между ними. В настоящей публикации показано, что справедлив и дополнительный “позитивный” тезис: *удается* получить точное классическое соответствие предсказаниям квантовой механики, рассматривая взаимодействие взаимно удалившихся частиц с привлечением (нелокального) закона Малюса. Действительно, если в стандартном ЭПР-опыте рассматривать распространение каждого фотона пары от центрального источника к своему детектору *независимо* от другого фотона пары (т.е. локально в смысле Белла), то полученное описание действительно *противоречит* квантовомеханическому описанию. Но если тот же закон Малюса рассматривать для пары фотонов *совместно* (нелокально), то явным образом получается классическое описание ЭПР, в точности соответствующее предсказаниям квантовой механики. Приводится аргументация автора в пользу того, что это не противоречит теории относительности.

### Введение

Как известно, в ЭПР-экспериментах по проверке нарушения неравенства Белла имеют дело с разлетом пары когерентных фотонов из общей пространственной точки. С обеих сторон установки имеются поляризационные фильтры, разделенные пространственно-подобным интервалом. В эксперименте подсчитываются совпадения при прохождении фотонов через поляризаторы.

Следует отметить, что в классических экспериментах этого типа (см. [1, 2]) надежно установлена справедливость предсказаний квантовой механики для зависимости показаний счетчиков событий и корреляционной функции от угла разности между ориентацией оптических осей поляризаторов. Кроме того, подтвержден тот факт, что имеют значение только окончательные ориентации поляризаторов в момент прохождения фотонов, но не в более ранние моменты времени “подлета” фотонов (см., например, [3]).

Попытки объяснить результаты экспериментов с помощью теорий со “скрытыми” параметрами, т.е. некоторой общей причиной, ведущей к корреляции, не привели к успеху. В частности, теорема Белла теоретически показала несостоятельность моделей, основанных на представлении о “локальном” детерминистическом характере результатов измерений. При этом теорема Белла представляет собой типичный пример утверждения о невозможности некоторой ситуации.

В данной статье стандартный ЭПР-опыт рассматривается в контексте закона Малюса. Если рассматривать распространение каждого фотона пары от центрального источника к своему детектору *независимо* от другого фотона пары (локально в смысле Белла), то полученное описание действительно *противоречит* квантовомеханическому описанию. Но если тот же закон Малюса рассматривать для пары фотонов *совместно* (нелокально), то явным образом получается классическое описание ЭПР, в точности соответствующее предсказаниям квантовой механики.

### Экспериментальное определение ЭПР-корреляций

Конкретно в ЭПР-экспериментах по проверке неравенств Белла используют так называемые счетчики событий  $N_{++}$ ,  $N_{+-}$ ,  $N_{--}$  и  $N_{-+}$ . Например,  $N_{++}$  – это количество

---

<sup>1</sup> Взамен первоначальной версии от 26.12.2007, называвшейся “Теорема Белла и локальный индетерминизм”. В данной версии в том числе приведены необходимые ссылки на предшествующие результаты, опубликованные в работах [5-8].

таких событий (совпадений), когда разлетевшиеся из общей точки когерентные фотоны прошли одновременно через оба поляризатора на концах ЭПР установки. Далее,  $N_{+-}$  – это количество таких событий, когда один фотон разлетевшейся пары прошел через первый поляризатор, а другой фотон не прошел через второй поляризатор, и т.д. Общее число событий  $N$  есть сумма всех четырех счетчиков событий, т.е. полное число учитываемых пар когерентных фотонов. Через счетчики событий вычисляется функция корреляции:

$$K = (N_{++} + N_{--} - N_{+-} - N_{-+})/N = P_{++} + P_{--} - P_{+-} - P_{-+} \quad (1)$$

где  $P$  – нормированные на  $N$  соответствующие вероятности событий.

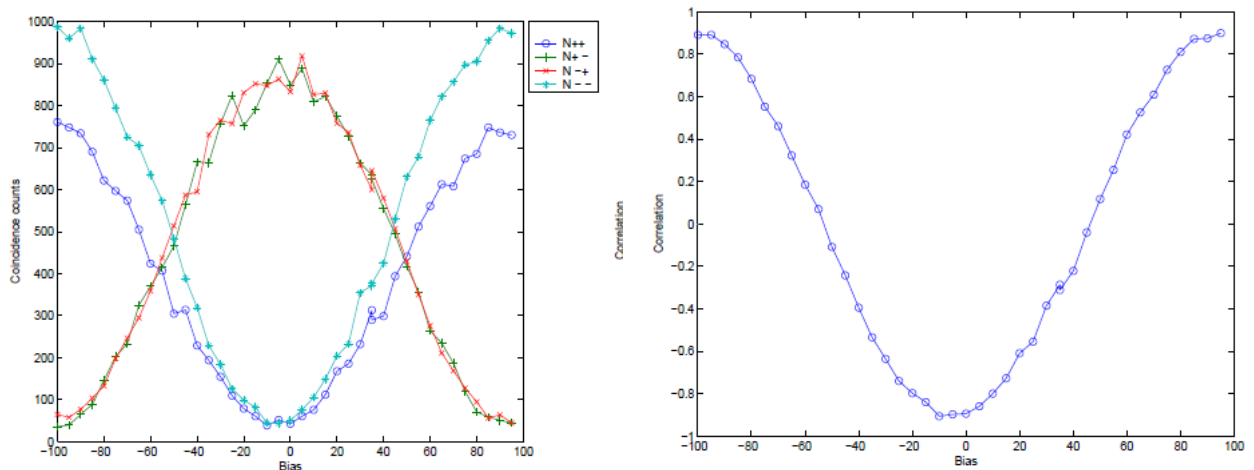


Рисунок 1 [4].

Слева – счетчики событий ( $N_{++}$ ,  $N_{+-}$ ,  $N_{-+}$ ,  $N_{--}$ ) в зависимости от угла между осями поляризаторов в одном из ЭПР-экспериментов по проверке неравенства Белла (Инсбрук, 1998). Справа – функция корреляции

Типичные данные эксперимента [2] приведены на рис. 1, заимствованном из [4]. Хотя некоторые реальные данные не всегда идеально следуют ожидаемым характеристикам, выводы экспериментальных работ уверенно подтверждают предсказания КМ. Отметим, что ни счетчики событий, ни функция корреляции в действительности не достигают ожидаемого для них максимума или минимума, хотя эти отличия невелики и в ряде случаев могут быть объяснены техническими деталями эксперимента.

### “Локальное” описание ЭПР-эксперимента в контексте закона Малюса

Вначале попытаемся сконструировать “локальную” модель ЭПР-эксперимента, исходя из представления о фотонах, независимо один от другого движущихся от *центрального* источника к “своему” детектору. Тогда можно опереться на закон Малюса: если направить на поляризатор луч света от такого источника, поляризованный под углом  $\theta$  к оптической оси детектора-поляризатора, то через него пройдет только часть с интенсивностью, пропорциональной  $\cos^2 \theta$ . Таким образом, реальный поляризатор позволяет измерить интенсивность прошедшего излучения. Если излучение монохроматическое, т.е. энергия каждого фотона одна и та же, то мы фактически измеряем *количество* фотонов, прошедших через поляризатор за единицу времени. Когда частицы пропускаются через устройство достаточно *редко*, то речь должна идти о

независимых измерениях над *одиночными* частицами, а для описания опыта следует использовать язык КМ, т.е. оперировать понятием *вероятности* прохождения фотона<sup>2</sup>.

Пусть  $\lambda$  – угол “истинной” поляризация фотонов в заданной системе отсчета угла (скрытый параметр),  $\theta_1$  – настройка первого поляризатора,  $\theta_2$  – настройка второго поляризатора. Исходя из закона Малюса, можно для первого анализатора при некотором конкретном значении  $x = \lambda - \theta_1$  определить доли (или вероятности) фотонов  $P_{1+}$  (прошедших через первый поляризатор) и  $P_{1-}$  (не прошедших через первый поляризатор):

$$P_{1+} = \cos^2 x, \quad P_{1-} = \sin^2 x \quad (2)$$

Аналогичные соотношения можно записать и для второго поляризатора, только в силу когерентности фотонов пары вместо угла  $x = \lambda - \theta_1$  там будет фигурировать связанный с ним угол

$$\lambda - \theta_2 = (\lambda - \theta_1) + (\theta_1 - \theta_2) = x + \theta, \text{ где } \theta = \theta_1 - \theta_2. \quad (3)$$

В этом случае получим:

$$P_{2+} = \cos^2(x + \theta), \quad P_{2-} = \sin^2(x + \theta) \quad (4)$$

Теперь, перемножая *одиночные* вероятности, не составит труда получить *совместные* вероятности исходов опыта с двумя поляризаторами:

$$P_{++}(x, \theta) = \cos^2 x \cos^2(x + \theta), \quad P_{+-}(x, \theta) = \cos^2 x \sin^2(x + \theta), \quad (5)$$

$$P_{--}(x, \theta) = \sin^2 x \sin^2(x + \theta), \quad P_{-+}(x, \theta) = \sin^2 x \cos^2(x + \theta) \quad (6)$$

Легко проверить, что сумма этих четырех величин равна 1, так что условие нормировки для полной вероятности выполняется автоматически. Эта нормировка, очевидно, заведомо сохранится и при интегрировании (усреднении) по всем возможным значениям  $x$  (в пределах от 0 до  $2\pi$ ), которая исключит зависимость от параметра  $x$ :

$$P_{++}(\theta) = P_{--}(\theta) = \frac{1}{4} (1 + \frac{1}{2} \cos 2\theta), \quad P_{+-}(\theta) = P_{-+}(\theta) = \frac{1}{4} (1 - \frac{1}{2} \cos 2\theta), \quad (7)$$

Тогда коэффициент корреляции  $K$  будет равен<sup>3</sup>:

$$K = P_{++} + P_{--} - P_{+-} - P_{-+} = \frac{1}{2} \cos 2\theta \quad (8)$$

Сравним это с хорошо известными предсказаниями квантовой механики:

$$P_{++}^{\text{QM}}(\theta) = P_{--}^{\text{QM}}(\theta) = \frac{1}{4} (1 + \cos 2\theta), \quad P_{+-}^{\text{QM}}(\theta) = P_{-+}^{\text{QM}}(\theta) = \frac{1}{4} (1 - \cos 2\theta),$$

$$K^{\text{QM}} = P_{++}^{\text{QM}} + P_{--}^{\text{QM}} - P_{+-}^{\text{QM}} - P_{-+}^{\text{QM}} = \cos 2\theta \quad (9)$$

Нетрудно видеть, что размах переменного слагаемого в скобках для вероятностей событий, зависящего от угла  $2\theta$ , а также размах функции корреляции оказывается *в два раза меньше*, чем предсказывает КМ.

<sup>2</sup> Иначе говоря, от классического закона Малюса перейти к его квантовому аналогу (см. [5]).

<sup>3</sup> При прямом вычислении коэффициента корреляции  $K$  для такой модели необходимо правильно выбирать условие нормировки и учесть условие теоремы Белла, в соответствии с которым измеряемые *относительные* величины отклонений числа фотонов от среднего не должны превышать единицу [6, 7].

## Моделирование “локальных” ЭПР-корреляций

Хотя полное исследование предложенной модели несложно осуществить с помощью чисто аналитических методов, оказалось более удобным и наглядным использовать простую компьютерную модель, имитирующую ЭПР-эксперимент.

Ее суть состоит в разыгрывании двух случайных событий – прохождения двух когерентных фотонов через соответствующие поляризаторы. Если известны величины  $\lambda$  и  $\theta_1$ , то результат “регистрации” (1 или 0) для первого фотона определяется с помощью датчика равномерно распределенных случайных чисел: если вероятность регистрации  $\cos^2(\lambda - \theta_1)$  окажется меньше, чем случайное число, то результат принимается равным нулю (фотон не прошел через поляризатор), в противном случае – единице. Аналогичное испытание выполняется для второго поляризатора, там вероятность регистрации фотона принимается равной  $\cos^2(\lambda - \theta_2)$ . Соответственно наращиваются счетчики событий.

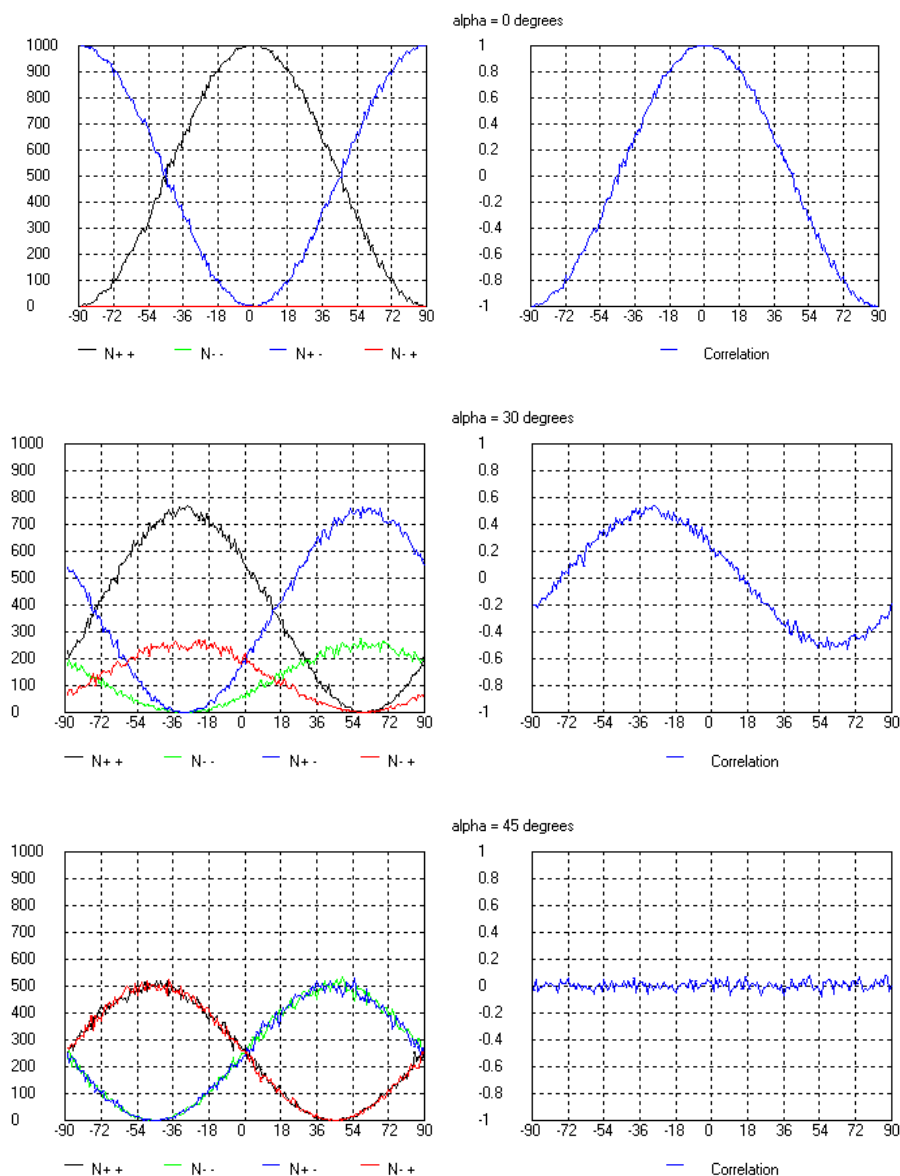


Рисунок 2.

Моделирование ЭПР-эксперимента при фиксированных углах между поляризацией фотона и оптическими осями поляризаторов (по оси ординат – счетчики событий, по оси абсцисс – угол между осями поляризаторов в градусах).

С помощью компьютерной модели, в отличие от реального опыта, можно достоверно контролировать параметр  $\lambda$ , т.е. “истинную” поляризацию фотонов (в предположении, что она действительно существует до измерений!). На рис. 2 показано поведение наблюдаемых параметров моделируемого эксперимента при различных значениях  $\alpha = \lambda - \theta_1$ .

Из представленных зависимостей следует, что в отсутствие усреднения по значениям параметра  $\lambda$  (т.е. при фиксированных углах между поляризацией фотона и оптическими осями поляризаторов) счетчики событий  $N_{++}$  и  $N_{--}$  (а также  $N_{+-}$  и  $N_{-+}$ ) в общем случае не равны друг другу, а амплитуда функции корреляции может меняться от 1 до 0.

При усреднении по всем возможным значениям параметра  $\lambda$ , как можно видеть из рис. 3, возникает новый эффект: смещение графиков счетчиков событий вверх, так что их минимумы становятся положительными. Это легко подтвердить аналитически: например, в точке минимума  $\theta = \pi/2$  получаем:

$$P_{++}(\pi/2) = P_{--}(\pi/2) = \frac{1}{4} (1 + \frac{1}{2} \cos \pi) = 1/8 > 0 \quad (10)$$

Одновременно размах функции корреляции, зависящий от угла  $2\theta$ , принимает значение 0.5.

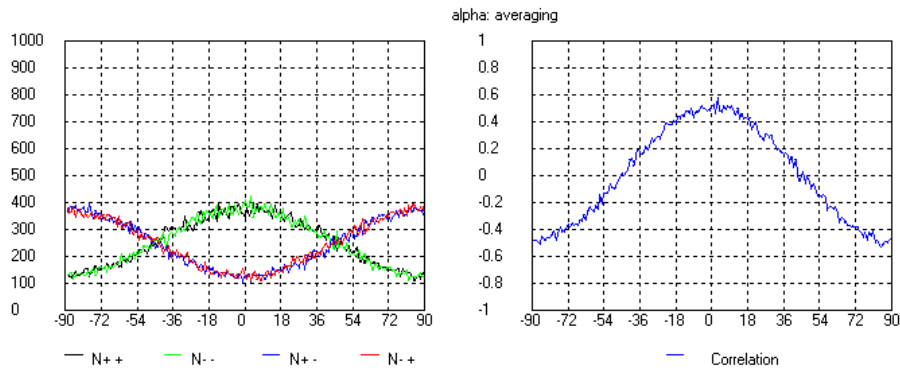


Рисунок 3.

Моделирование ЭПР-эксперимента при равномерном усреднении углов между поляризацией фотона и оптическими осями поляризаторов.

Нетрудно видеть, что экспериментально установленный размах графика корреляционной функции (90%) лежит значительно ближе к предсказанию КМ (100%), чем к найденному для локальной модели значению 50%. Более того, при 50%-ом размахе нарушение неравенств Белла было бы невозможным.

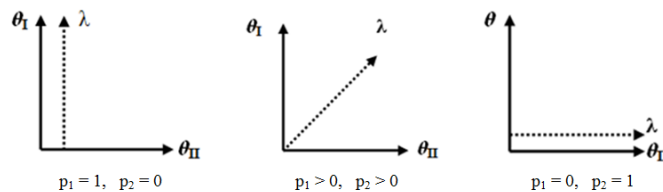


Рисунок 4.

Предсказания “локальной” модели при различных  $\lambda$ .

Отличие минимального значения счетчиков событий от нуля противоречит квантовой механике как количественно, так и качественно. Действительно, согласно КМ факт совпадения или несовпадения регистрации фотонов в двух поляризаторах зависит только от разности угла ( $\theta_1 - \theta_2$ ) между осями поляризаторов. Например, если этот угол равен 90 градусов, то совпадения невозможны. Напротив, в нашей “локальной” модели, соответствующей закону Малюса для фотонов, независимо испущенных центральным источником, совпадения возможны даже при

взаимно ортогональной ориентации поляризаторов, если разность между  $\lambda$  и углом  $\theta_1$  (и  $\theta_2$ ) отлична от нуля (см. рис. 4). Именно этим и объясняется смещение вверх графиков на рис. 3 (слева) при усреднении по различным значениям  $\lambda$ .

Этот вывод носит достаточно общий характер. Даже если “локальная” модель основывалась бы не на законе Малюса, а на каком либо ином конкретном законе, то усреднение по  $\lambda$  неминуемо дает ненулевой вклад в минимальные значения счетчиков событий. Заметим, что для “наивной” модели из работы [1] это не так: там прохождение фотона через каждый из фильтров определяется тем, меньше или нет абсолютное значение угла отклонения поляризации фотона от оси поляризатора, чем  $\pi/4$ ; для такой модели мы получаем зависимости, приведенные на рис. 5.

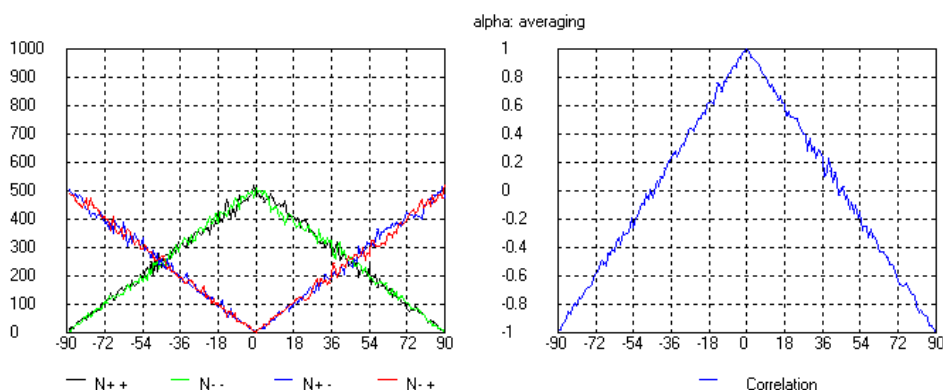


Рисунок 5.

Моделирование ЭПР-эксперимента (детерминистическая “наивная” модель) при равномерном усреднении углов между поляризацией фотона и оптическими осями поляризаторов.

В любом случае анализ “локальной” модели подтверждает результат Белла: она не в состоянии объяснить подтверждаемые в ЭПР-опытах предсказания квантовой механики.

### Классическое описание ЭПР-опыта на основе “нелокальной” модели

Рассмотрим теперь ЭПР-эксперимент в рамках “нелокальной” модели (см. [8]). Допустим, что фотоны разлетаются из общей точки в противоположные стороны, и в силу случайных факторов один из них достигнет своего поляризатора чуть раньше, а другой – чуть позже (в системе отсчета, где оба фильтра покоятся). Примем также, что фотон 1, измеренный чуть раньше, приобрел определенную поляризацию.

В отличие от рассмотренной выше картины, будем исходить из того, что наш ЭПР-опыт *существенно нелокален*, т.е. что фотон 2 синхронно с этим событием приобрел *строго противоположную поляризацию*. Тогда вся конфигурация нашего опыта соответствует закону Малюса, где фотон 2 измеряется *после того*, как фотон 1 уже имеет определенную поляризацию. Поэтому *исход опыта будет определяться углом* между направлениями оптических осей поляризаторов.

В соответствии с нашим допущением, фотон 1 проходит (или не проходит) через первый поляризатор с вероятностью  $\text{Pr}(1) = 1/2$ , это совершенно случайное событие (ввиду отсутствия “априорной” поляризации). Второе событие – регистрация второго фотона вторым детектором. Но, согласно закону Малюса (ведь поляризация фотона 2 теперь определена первым детектором), вероятность этого второго события будет равна  $\text{Pr}(2) = \cos^2(\theta_1 - \theta_2)$ . Перемножая эти вероятности, получаем:

$$P_{++} = \text{Pr}(1) \cdot \text{Pr}(2) = (1/2) \cos^2(\theta_1 - \theta_2) \quad (11)$$

т.е. в точности то, что и предсказывает квантовая механика.

В ЭПР-опытах величина разности углов осей поляризации двух взаимно удаленных детекторов является глобальной характеристикой области, занимаемой рассматриваемым двухфотонным запутанным состоянием и поэтому бесспорно должна рассматриваться как *нелокальный* параметр. Соответственно, ЭПР-опыты показывают [3], что угол любого из поляризаторов можно изменить буквально в “последний момент” перед измерением, и в тот же самый момент соответственно изменится разность  $\theta$ .

Обычно в связи с этим обсуждается возможность сверхсветовой коммуникации между точками 1 и 2. Однако, с моей точки зрения, такой коммуникации *вовсе не требуется*. Обозначим внезапное скачкообразное изменение одного из углов поляризации через  $\Delta\theta$ . Ясно, что  $(\Delta\theta + \theta_1) - \theta_2 = \Delta\theta + (\theta_1 - \theta_2)$ , т.е. разность углов автоматически и в тот же момент изменяется на ту же самую величину  $\Delta\theta$ . Однако эта формальная линейная математическая операция суммирования должна обеспечиваться некоей *физической* структурой, т.е. как раз рассматриваемым запутанным двухфотонным состоянием. Действительно, математически этот результат верен для *любой* пространственной области, но только существование реальной двухфотонной запутанной области делает его физически осмысленным. Эта область, по существу, играет роль своего рода *несжимаемого* стержня; хотя теория относительности, как считается, запрещает существование подобных стержней, поскольку при движении стержня его длина сокращается в соответствии с преобразованиями Лоренца, однако в данном случае “стержень”, т.е. составляющие его фотоны, движутся со скоростью света в *любой* системе отсчета, так что его длина также не меняется в любой системе отсчета.

Так взаимодействуют ли между собой детекторы 1 и 2? Взаимодействие в физике принято в общем случае связывать с обменом энергией. Когда энергия *с определенностью* передается из точки 1 в точку 2, функционал действия для этого процесса отличен от нуля, 4-интервал между событиями 1 и 2 имеет времени-подобный характер. При обратном процессе, когда такая же энергия передается из точки 2 в точку 1, действие и интервал меняют знак на противоположный. Но возможен промежуточный случай, когда в *среднем* передаваемая энергия нулю, т.е. энергия и информация *не передаются*. Однако (если два такие события физически соединены, например, упомянутым несжимаемым стержнем) может оказаться, что при этом отлично от нуля *среднеквадратичное* значение энергии обмена (ср. с флуктуациями вакуума, приводящими, например, к сдвигу Лэмба). Это и порождает корреляции без обмена информацией<sup>4</sup>.

## Ссылки

1. Alain Aspect. Bell's theorem: the naive view of an experimentalist. <http://arxiv.org/ftp/quant-ph/papers/0402/0402001.pdf>
2. Weihs G., Jennewein T., Simon C., Weinfurter H., and Zeilinger A. 1998 Phys. Rev. Lett. 81 5039-5043
3. D. Salart, A. Baas, C. Branciard, N. Gisin, and H. Zbinden. Testing spooky action at a distance. <http://arxiv.org/pdf/0808.3316.pdf>
4. Guillaume Adenier, Andrei Yu. Khrennikov. Is the Fair Sampling Assumption supported by EPR Experiments? <http://arxiv.org/pdf/quant-ph/0606122.pdf>
5. А.В. Белинский. Квантовые измерения. М., Бином. Лаборатория знаний. 2008. 182 с.
6. А.В. Белинский, Д.Н. Клышко. УФН, 1993, **163**, 8.
7. A. Barut, P. Meyst. Phys. Lett. A. 1984, **105**, 458.
8. А.В. Белинский. УФН, 2003, **173**, 8, с. 905-908.

---

<sup>4</sup> В частном письме ко мне от 25.05.2013 А.В. Белинский заметил, что “одной нелокальности для объяснения квантовых эффектов недостаточно, нужно еще априорное несуществование измеряемых величин”.