<Фрагмент из книги:
Н.Н. МОИСЕЕВ. МАТЕМАТИКА СТАВИТ ЭКСПЕРИМЕНТ.
М., Наука, 1979, 224 с. >

Но настоящей экспериментальной работой, которая одновременно мне доставила и больше всего радостей и больше всего разочарований, и которая так и не была опубликована, была работа, посвященная исследованию моделей турбулентности.

Существует известное решение Пуазейля задачи о течении жидкости в трубах. Если задана величина Δp градиента давления, то мы можем вычислить все прочие характеристики, и в том числе расход жидкости Q. И обратно, если задан объем Q, то мы можем рассчитать удельный перепад давлений Δp, необходимый, чтобы протолкнуть жидкость через трубу. Течение Пуазейля формально существует для любых расходов Q (чем больше Q, тем больше Δp), но при расходах Q, бо́льших некоторого критического Q_1, оно теряет устойчивость.

Я решил с помощью машинного эксперимента узнать, существуют ли другие решения уравнения Навье — Стокса, т. е. другие типы течения жидкости, и как они могут быть связаны с решением Пуазейля. Идея сводилась к следующему. Представляя решение в виде рядов некото-

---

*) См. подробнее Борисова Э. П., Корявов П. П., Моисеев Н. Н. Плоские и осесимметричные автомодельные задачи погружения и соударения струй.— ПММ, 1959, т. 23, вып. 2.

рого специального вида, точнее, используя метод Галеркина, исходную систему уравнений можно приближенно заменить системой уравнений относительно двух переменных z и t — координаты, отсчитываемой вдоль оси цилиндра (трубы) и времени. Дальше я поставил такой вопрос — а существуют ли решения этой системы, которые не зависят от t, и сколько их? Одно всегда существует — это течение Пуазейля. Оно, кроме того, не зависит и от z. И если $Q < Q_1$, то любое другое решение, которое порождается другим начальным состоянием, стремится при $t \to \infty$ к течению Пуазейля. Этот факт, хорошо известный теоретически, мог быть установлен и чисто экспериментальным путем. Было очень интересно наблюдать, как с увеличением расхода Q эта тенденция становилась все менее и менее четкой, а при приближении Q к Q_1 уже не хватало машинного времени, чтобы проследить этот процесс установления. Начинала проявляться неустойчивость течения Пуазейля. А существуют ли другие стационарные решения?

Я начал искать стационарные решения, периодические по z, и не обнаружил их. Но зато я нашел целый класс почти периодических решений. Выяснилось, что их существует очень много с почти периодами z_0, z_1, $z_2, \ldots$ Почти периоды z_i оказались корнями некоторого трансцендентного уравнения: $z_0 = \infty$, $z_1 < z_0$, $z_2 < z_1$ и т. д., причем почти периодическое решение — с почти периодом $z_0 = \infty$ — это хорошо известное течение Пуазейля.

Я начал исследовать (конечно, экспериментально на машине) решение с периодом z_1, которое формально существует при любых числах Рейнольдса, т. е. при любых расходах Q. Прежде всего, что оно из себя представляет визуально? Это некое нагромождение несоизмеримых гармоник близкого периода. Нарисовать такое течение уже практически невозможно. Но, что еще очень интересно, для того чтобы протолкнуть через трубу некоторый расход Q, в режиме этого течения оказался необходимым перепад давления

$$\Delta p_1 \gg \Delta p_0,$$

т. е. это течение на порядок менее «экономно», чем течение Пуазейля. Когда природа допускает существование двух процессов, достигающих одной и той же цели, то реализуется то, которое требует меньших энергетических затрат. Этот принцип иногда называют принципом минимума диссипации энергии. Он строго никогда не был обоснован. Математик может к нему придраться. Но, с другой стороны, не существует примеров, которые бы ему противоречили. Вот почему для малых расходов, для которых режим Пуазейля устойчив, только он и может возникнуть.

П р и м е ч а н и е. Принцип минимума диссипации — это один из важнейших принципов отбора реальных движений из числа виртуальных (мысленно допускаемых). Законы сохранения, как правило, не выделяют единственного решения. Природа этим принципом нам демонстрирует удивительную особенность: она допускает не просто те движения, при которых энтропия растет, а только те, при которых рост энтропии минимален (в частности, нуль).

Начнем теперь увеличивать расход Q. Пусть он приближается к значению Q_1. Течение Пуазейля при этом теряет устойчивость. Эксперимент это показывает весьма своеобразно: начинают резко возрастать градиенты давления и машина выходит на АВОСТ — возникают машинные бесконечности. Она отказывается считать. Но тот второй режим, т. е. то почти периодическое течение, которое мы раньше реализовать не могли, теперь-то и получает реальные возможности возникнуть.

Об этом надо рассказать поподробнее. Решение Пуазейля определяется вполне определенными условиями, т. е. эпюрой скоростей в сечении трубы. Почти периодическое также требует вполне определенных начальных условий, т. е. тоже определяется эпюрой скоростей в некотором фиксированном сечении, и при этом оказывается, что существует уже целое множество таких начальных ситуаций, которые порождают течение с почти периодом z_1. Если мы возьмем одно из них, то в случае малых расходов оно с течением времени нас неизбежно выведет на режим Пуазейля. Но совершенно иная картина будет в случае $Q > Q_1$. Возникает совершенно новый тип течения. Его очень трудно изобразить графически, и поэтому на печать (или графопостроитель) следует выводить лишь некоторые интегральные характеристики, например, средний перепад давлений, под действием которых происходит это движение жидкости, или среднее значение вихря. Они-то и дадут нам возможность понять то, что происходит в трубе. Возникло новое течение, которое естественно назвать турбулентным. Если в этих условиях, т. е. при $Q > Q_1$, мы захотим испытать другие начальные условия, не те, которые порождают турбулентные течения, то увидим следующее.

Сначала эти течения будут менее экономными, чем найденные — перепад давления, необходимый для их реализации, будет бо́льшим, чем у течения z_1. Но с течением времени их характеристики будут стремиться к тем, которые мы нашли. Вот почему найденное приближенное решение я бы назвал установившейся турбулентностью. И это название пусть не кажется кощунством. Я действительно думаю, что описанный эксперимент позволил с помощью машины подойти к святая святых гидродинамики — к построению приближенного представления турбулентного течения, причем это представление — прямое следствие законов сохранения, т. е. уравнений Навье — Стокса.

Кажется, что для такого утверждения достаточно оснований. В самом деле, визуально такое почти-периодическое течение кажется сплошным хаосом. Энергетические затраты возрастают практически на порядок по сравнению с ламинарным течением, что тоже соответствует «физическим» экспериментам. По сравнению с течением Пуазейля значительно возрастает интенсивность вихрей. И наконец, во всю эту теорию нетрудно ввести статистику, связанную со структурой множеств начальных значений.

Итак, эксперимент, кажется, привел нас уже к некоторой гипотезе. Но в действительности это было только начало.

Я уже сказал, что почти период z_1 далеко не единственный. Существовал еще один: $z_2 < z_1$. Ему также отвечало некоторое течение, еще более непонятное, еще более хаотическое, с еще меньшим масштабом вихрей, но с бо́льшим его средним значением, течение, которое требовало еще бо́льших энергетических затрат, и которое, следовательно, в силу принципа минимума диссипации могло реализоваться лишь тогда, когда потеряет устойчивость течение с почти периодом z_1, т. е. при расходах, бо́льших некоторого $Q_2 > Q_1$.

Эти рассуждения мы можем продолжить, поскольку наше трансцендентное уравнение для почти периодов имеет в общем случае счетное множество корней. Таким образом, существуют еще течения с периодами z_3, z_4 и т. д., а реализоваться они могут лишь тогда, когда расходы станут очень большими: $Q_3 > Q_2$; $Q_4 > Q_3$ и т. д. Вот теперь наш машинный эксперимент действительно привел к формированию новой физической гипотезы.

Уравнения движения вязкой жидкости, по-видимому допускают целый спектр возможных почти периодических решений, и им при известных условиях соответствует целая система возможных установившихся течений жидкости. Одно из них — ламинарное течение Пуазейля. Остальные — это некоторые базовые турбулентные течения. Они порождаются вполне определенными множествами начальных состояний. Все остальные течения, порождаемые другими начальными состояниями, с течением времени к ним стремятся.

Эти множества тем более «плотные», т. е. тем больше точек они содержат, чем выше номер типа течения, т. е. чем меньше масштаб вихря. Значит, при данном расходе $Q > Q_1$ существует много форм стационарных турбулентных течений, практически не отличимых по своим интегральным характеристикам. И они очень «близки» друг к другу. Но всегда любое движение подвержено некоторым возмущениям. Если это возмущение не выводит из области притяжения устойчивого движения, мы его практически не замечаем. Но здесь мы имеем большое количество почти идентичных устойчивых течений, видимо, неразделенных существенными потенциальными барьерами. Поэтому стационарное течение практически никогда наблюдаться не может. В результате мы наблюдаем непрерывный переход с одного стационарного состояния на другое, практически не отличимое по энергетическим характеристикам. Итак, опираясь на машинный эксперимент, мы сформулировали некоторую гипотезу.

Дело заключается даже не в том, что нам удалось воспроизвести в машине, приближенно представить турбулентные течения, что, в общем, также является интересным фактом. Но до сих пор думали, что существуют ламинарные и турбулентные движения. А оказывается, что и самих турбулентных движений много, их счетное число и они друг от друга отличаются ничуть не меньше, чем от ламинарного течения Паузейля.

Эти исследования я проводил в 1959—1960 годах и не рискнул их публиковать. Прежде всего, мои аппроксимации были очень грубые, а улучшить я их не мог — возможности моей ЭВМ были крайне ограничены. Но не только это. Уж очень сомнительными мне казались и метод, и отсутствие привычных доказательств. Я стеснялся рассказать о своих машинных экспериментах. Свою гипотезу в те годы я рассказывал только один раз на семинаре Л. Г. Лойцянского. В гипотезу не поверили, считали, что я обнаружил всего лишь новый класс вторичных течений. Теперь я уже знаю, что машинный эксперимент может дать информацию ничуть не менее важную, чем другие способы исследования. Но на пути нового понимания всегда стоит традиция. Может быть, так и надо?