

Тони Ротман

КОРОТКАЯ ЖИЗНЬ ЭВАРИСТА ГАЛУА

“В мире науки”, № 1 · ЯНВАРЬ 1983 · С. 84–93

<Фрагменты статьи>



Согласно легенде, молодой математик создал теорию групп за одну ночь — накануне дуэли, на которой он был смертельно ранен. Более тщательные исследования показывают, что разработка этих замечательных идей заняла у Галуа несколько больше времени

Начав изучать математику, Галуа уже через два года опубликовал статью о непрерывных дробях и приступил к исследованию теории уравнений, что привело его к абстрактной алгебраической теории множеств объектов, которые он назвал группами. Теорию групп развивали также многие другие математики конца XVIII – начала XIX века, а именно Паоло Руффини, Нильс-Хенрик Абель и Жозеф Луи Лагранж. Честь основания теории групп, однако, обычно приписывается Галуа.

В предрассветные часы 30 мая 1832 года необыкновенно одарённый двадцатилетний математик Эварист Галуа писал своим друзьям Лебону и Делонэ:

«Меня вызвали на дуэль два патриота... Я не мог отказаться. Простите, что я не дал знать никому из вас. Противники взяли с меня честное слово, что я не предупрежу никого из патриотов.

Ваша задача очень проста: вам надо подтвердить, что я дрался против воли, т.е. после того, как были исчерпаны все средства мирно уладить дело, и что я не способен лгать даже в таком пустяке, как тот, о котором шла речь.

Не забывайте меня! Ведь судьба не дала мне прожить столько, чтобы мое имя узнала родина. Умираю Вашим другом. Э. Галуа».

В ту же ночь Галуа написал своему другу Огюсту Шевалье:

«Я открыл в анализе кое-что новое. Некоторые из этих открытий касаются теории уравнений, другие — функций, определяемых интегралами.

В теории уравнений я исследовал, в каких случаях уравнения разрешаются в радикалах, что дало мне повод углубить эту теорию и описать все возможные преобразования уравнения, допустимые даже тогда, когда оно не решается в радикалах.

Из этого можно сделать три мемуара...

Обратись публично к Якоби и Гауссу и попроси их высказать своё мнение, но не о верности теорем, а об их значении.

Я надеюсь, что после этого найдутся люди, которые сочтут для себя полезным навести порядок во всей этой неразберихе».

В свете последующих событий становится понятным состояние отчаяния, в котором Галуа писал эти письма. Ранним утром, закончив писать, он покинул свою комнату в парижской частной лечебнице Фолтрие и направился к находившемуся поблизости пруду, где ему предстояла дуэль с неким политическим активистом Пеше д'Эрбенвилем. Галуа ранили в живот и бросили на месте дуэли. Его нашёл прохожий и перевёз в больницу Кошэн, где он умер на следующий день. Четырнадцать лет спустя рукописи, которые Галуа оставил для Шевалье, опубликовал французский математик Жозеф Лиувилль. Эти статьи положили начало необыкновенно плодотворной ветви математики, названной теорией групп.

Немного найдётся в истории науки легенд, которые по своей романтичности могли бы сравниться с тем, что рассказывается о жизни и смерти Галуа. История его жизни так впечатляет, что очень легко прочесть слишком много между строк его писем. Хотелось бы наконец разобраться в событиях, приведших Галуа к дуэли, чтобы пролить свет на драму, отразившуюся в письмах.

Известно, например, что в семнадцать лет Галуа многое сделал для создания раздела математики, который ныне даёт возможность проникнуть в сущность таких различных областей, как теория чисел, кристаллография, физика элементарных частиц и возможные позиции кубика Рубика. Известно и то, что в том же возрасте Галуа вторично провалился на экзамене по математике при поступлении в Эколь Политекник (Политехнический институт). Ему пришлось поступить в Эколь Нормаль (Высшую педагогическую школу), но в девятнадцать лет он был оттуда исключён, дважды арестован и заключён в тюрьму за политическую деятельность. Незадолго до дуэли он пережил разочарование в любви; в одном из своих последних писем он, по-видимому, связывает это с дуэлью. «Я умираю, — писал он, — жертвой подлой кокетки».

К сожалению, в XX веке некоторые биографы Галуа не устояли перед искушением по-своему сопоставить, интерпретировать и приукрасить подобные факты. История жизни Галуа известна в основном по популярным его биографиям, таким, как книга физика Леопольда Инфельда и астронома Фреда Хойла. Наиболее распространённая версия этой истории принадлежит математику Эрику Темплу Беллу, чья книга «Творцы математики», вышедшая в 1937 году, пожалуй, самое известное описание жизни великих математиков.

В популярном изложении Галуа предстаёт как непонятый гений, угнетённый глупостью учителей, неизвестный в математических кругах своего времени и побуждаемый происходящими вокруг него событиями к политической деятельности, на которую уходила его энергия и которая в конечном счёте привела его к гибели. Согласно таким жизнеописаниям, самым примечательным было то, что в смутное время политических беспорядков и даже в тюрьме Галуа продолжал обдумывать свои математические идеи и наконец в ночь перед дуэлью записал их. Стоит привести здесь описание этой последней ночи, данное Беллом, поскольку именно оно, по-видимому, более всего способствовало распространению мифа о Галуа:

«Всю ночь напролёт он лихорадочно делал наброски своего научного завещания, тщательно собирая по частицам сокровища своего ума; писал, стараясь всё успеть перед смертью, неотвратимость которой была ему очевидна. Снова и снова он принимался царапать на полях: «У меня нет времени, у меня нет времени», — и переходил к следующей мысли. То, что он записал в эти

последние полные отчаяния часы перед рассветом, даст пищу для размышления поколениям математиков на сотни лет».

Недавно с помощью М. Энно и С. Де-Витт-Моретт (Техасский университет, Остин) я изучил некоторые рукописи Галуа, а также последние научные работы о его жизни, показывающие, что основные факты его биографии известны давно. Воссозданная же Беллом и другими картина жизни Галуа даёт нам скорее стереотип гения науки, апеллирующий к воображению массового читателя, чем представление о реальной личности Галуа. Подлинная история жизни Эвариста Галуа увлекательна сама по себе и вполне заслуживает того, чтобы её рассказать в 150-ю годовщину его смерти.

Помимо писем, официальных записей и других документов того времени основным источником сведений о жизни Галуа является биография, написанная в 1896 году Полем Дююи, историком и старшим надзирателем Эколь Нормаль, в которой Галуа учился за 66 лет до него. Согласно книге Дююи, Галуа родился 25 октября 1811 года в городе Бур-ла-Рен близ Парижа. Его отец Никола Габриэль Галуа был сторонником Наполеона и возглавлял либеральную партию своего городка; он был избран мэром Бур-ла-Рена в 1815 году во время наполеоновских Ста дней.

До 12 лет Эвариста воспитывала мать, Аделаида Мария Демант Галуа. Она передала сыну солидные познания в греческом и латинском языках и свой скептицизм по отношению к господствующей религии. Маловероятно, однако, чтобы юный Галуа мог познакомиться с математикой в объёме, большем чем обычные уроки арифметики; математическое образование в то время не считалось чем-то важным. Неизвестно, имел ли кто-нибудь ещё в семье Галуа способности к математике.

Официально обучение Галуа началось в 1823 году, когда он поступил в Королевский лицей Людовика Великого (лицей Луи-ле-Гран), парижскую przygotowательную школу, в которой в своё время учились Робеспьер и Виктор Гюго (эта школа существует и по сей день).

Почти нет свидетельств того, что Галуа был плохим учеником или что низкий уровень преподавания в лицее сдерживал его интеллектуальное развитие, как следует из некоторых популярных книг. В первые годы обучения он завоевал несколько наград по греческому и латыни и получил полдюжины хвалебных отзывов. Историк науки Р. Татон называет его успехи блестящими. Правда, на третьем курсе лицея Галуа недостаточно хорошо занимался по классу риторики, и его оставили на второй год. Белл утверждает, что Галуа пренебрегал риторикой из-за чрезмерных занятий алгеброй, однако он записался в класс математики уже после того, как был оставлен на второй год. Галуа было тогда 15 лет. Занятия в этом классе, которые вёл Ипполит Жан Вернье, пробудили в Галуа его математический гений. Без труда освоив учебную программу, он сразу взялся за работы выдающихся учёных того времени, с увлечением изучил книгу геометра Лежандра и труды Лагранжа: «Решение алгебраических уравнений», «Теория аналитических функций» и «Лекции по дифференциальному исчислению». Несомненно, именно у Лагранжа Галуа впервые встретился с теорией уравнений, в которую в течение последующих четырёх лет он сделал фундаментальный вклад. По-видимому, Вернье по достоинству оценил талант своего ученика: в отзыве на отчёт Галуа за триместр он пишет о «старании и успехе», «старании и очень заметном прогрессе» и т.п.

Открыв для себя мир математики, Галуа сильно переменялся. Он стал небрежно относиться к занятиям по другим предметам, чем вызвал враждебное к себе отношение учителей по гуманитарным наукам. Преподаватели риторики называют его рассеянным, в отчёте за триместр и в отзывах появляются слова

«замкнутый», «странный», «своеобразный». Даже Вернье, который не стремился охладить страсть Галуа к математике, советовал ему заниматься более систематически. Галуа не последовал его совету: он решил держать вступительный экзамен в Политехнический институт на год раньше и без обычного подготовительного курса по математике. И провалился, так как недостаточно глубоко знал основы математики.

Галуа считал, что с ним обошлись несправедливо, провал ещё более настроил его против властей. Тем не менее быстрые успехи в математике продолжаются, и Галуа записывается в лицее в математический класс более высокого уровня, который вёл очень опытный преподаватель Луи Поль Эмиль Ришар. Ришар сразу понял, как одарён Галуа, и обратился с просьбой о его приёме в Политехнический институт без экзаменов. Хотя эта просьба не возымела последствий, одобрение Ришара оказало на юношу чудесное влияние. В марте 1829 года, когда Галуа был ещё студентом, вышла его первая статья. Она называлась «Доказательство одной теоремы о периодических непрерывных дробях» и появилась в журнале *Annales de mathématiques pures et appliquées*, который издавал Жозеф Диаз Жергон.

Однако тема статьи была в стороне от главных научных интересов Галуа. В то время он уже обратился к теории алгебраических уравнений, которую начал изучать по трудам Лагранжа. В возрасте 17 лет Галуа взялся за одну из самых трудных в математике проблем, которая сто с лишним лет заводила учёных в тупик.

В 1829 году центральной проблемой теории уравнений был вопрос, при каких условиях алгебраическое уравнение можно разрешить. Точнее, каким должен быть метод решения уравнения с одним неизвестным x , все коэффициенты которого являются рациональными числами, причём член наивысшей степени равен x^n ? Метод должен быть общим и применяться ко всем подобным уравнениям и должен включать лишь четыре элементарные операции (сложение, вычитание, умножение и деление) и операцию извлечения корня. Если решения (корни) уравнения можно получить из коэффициентов уравнения только при помощи этих операций, то говорят, что уравнение разрешимо в радикалах.

Накопленный опыт как будто подсказывал, что решение уравнения n -й степени не потребует более сложных операций, чем извлечение корня n -й степени. Решение квадратного уравнения общего вида или уравнения второй степени $ax^2 + bx + c = 0$, известное ещё вавилонянам, требует извлечения квадратного корня из некоторой комбинации коэффициентов, а именно из выражения $b^2 - 4ac$. Таким образом, общее квадратное уравнение разрешимо в радикалах. Точно так же общее решение кубического уравнения, которое нашли в начале XVI века итальянские математики Сципион дель Ферро и Никколо Фонтана (Тарталья), сводится к извлечению кубического корня из некоторой комбинации коэффициентов. Решение уравнения четвёртой степени общего вида, впервые полученное итальянским математиком Лудовико Феррари примерно в то же время, требует извлечения корней четвёртой степени.

До Галуа почти триста лет никому не удавалось решить в радикалах общее уравнение пятой степени или выше. Многие математики склонялись к мысли, что общее решение такого вида невозможно, хотя в частных случаях, например в случае уравнения $x^7 - 2 = 0$, решение можно найти в радикалах. (В этом примере одно из решений — это $\sqrt[7]{2}$.) Галуа нашёл окончательные критерии, которые позволили определить, существует ли решение данного уравнения в радикалах. Пожалуй, методы, которые Галуа разработал для решения этой проблемы, ещё более замечательны, чем собственно открытия в теории уравнений. Его

исследования привели к теории, называемой ныне теорией групп, приложения которой далеко выходят за рамки теории уравнений.

Свою первую статью в той области, которая в дальнейшем превратится в теорию групп, Галуа представил во Французскую академию наук 25 мая 1829 года, незадолго до окончания лицея. Менее чем через два месяца ему снова предстояло держать вступительный экзамен в Политехнический институт, однако события приняли несчастливый оборот. Второго июля, т.е. за несколько недель до экзамена, отец Эвариста покончил жизнь самоубийством, не вынеся скандала вокруг своего имени. (Приходский священник-иезуит Бур-ла-Рена оклеветал старшего Галуа, распространив среди родственников и знакомых Галуа злые эпиграммы на него.) Обстановка для экзамена сложилась крайне неблагоприятная. Кроме того, на экзамене Эварист, по-видимому, отказался следовать предложенной экзаменатором схеме ответа; в результате Галуа провалился опять, на этот раз окончательно. Несчастья обострили его ненависть к правившей тогда во Франции консервативной администрации.

Вынужденный подумать теперь о менее престижной Эколь Нормаль (называвшейся тогда Эколь Препаратуар), Галуа в ноябре 1829 года выдержал необходимый для поступления экзамен. На этот раз его приняли благодаря очень высокому баллу по математике, и примерно в то же время, когда его статья по теории групп была представлена в Академию наук, он стал студентом. Однако статья Галуа не была зачитана на заседании Академии.

Дело в том, что рецензентом назначили Огюстена Луи Коши — самого известного в ту пору французского математика, который был верным сторонником консервативной реставрации. Коши уже занимался комбинаторикой, предшественницей теории групп; позднее он написал много работ, посвящённых теории групп. Распространена версия, что Коши потерял, забыл или выбросил рукопись Галуа; но больше похоже на правду, что Коши, понимая её значение, обращался с ней бережно. Действительно, из письма, обнаруженного Татоном в 1971 году в архивах Академии, явствует, что 18 января 1830 года Коши намеревался выступить на заседании Академии с изложением результатов Галуа. Коши писал: «Сегодня я должен был представить Академии отчёт о работах Галуа... Я болен и остался дома. Сожалею, что не имею возможности присутствовать на сегодняшнем заседании, и хотел бы, чтобы вы включили в расписание следующего заседания моё выступление по вышеуказанному предмету».

Однако на следующей неделе, когда Коши выступал перед Академией со своим собственным докладом, он не представил работу Галуа. Почему так получилось — остаётся предметом догадок. По мнению Татона, Коши настаивал на том, чтобы Галуа расширил свою статью и представил её на соискание высшей награды Академии по математике. Хотя предположение Татона не подтверждается документами, Галуа действительно представил свою работу на конкурс в феврале, за месяц до истечения срока конкурса. Статья была послана постоянному секретарю Академии Жану Батисту Фурье, математику, разработавшему метод анализа, который ныне называют анализом Фурье. Однако в мае Фурье умер, и рукопись Галуа среди его бумаг не нашли. Впоследствии Галуа приписывал своё невезение козням со стороны Академии, обвиняя конкурсную комиссию в произволе, — его работу отклонили только потому, что его фамилия Галуа и он всего лишь студент. Некоторые склонны серьёзно относиться к утверждению Галуа, однако надо учитывать, что его позиция по отношению к властям была несколько аффектированной.

Несмотря на неудачи, Галуа продолжал плодотворно работать и начал публиковать свои труды в *Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques,*

physiques et chimiques, издававшемся бароном Феруссаком, — менее видном издании, чем публикации Академии наук. Из его статей ясно, что в 1830 году он ушёл далеко вперёд в исследовании условий, определяющих разрешимость уравнений, хотя ещё и не получил полного решения этой проблемы. В январе 1831 года он завершил работу и, следуя настоятельным советам математика Симеона Дени Пуассона, представил её в Академию наук. Эта статья — самая значительная работа Галуа, и тот факт, что она вышла в свет более чем за год до дуэли, лишает смысла историю о том, что все свои работы по теории групп Галуа написал за одну ночь.

Чтобы понять работу Галуа, бесполезно изучать его оригинальные статьи. Пуассон, несомненно, старался разобраться в рукописи 1831 года, но в конце концов рекомендовал Академии наук отклонить её, посоветовав при этом Галуа расширить статью и сделать изложение более ясным. Пуассон также отверг одно из доказательств Галуа, посчитав его неверным, хотя справедливость утверждения Галуа могла быть доказана при помощи одного результата, полученного Лагранжем. Согласно П. Ньюмену из Оксфордского университета, критические замечания Пуассона были справедливы. Аргументация Галуа очень кратка и сжата, что чрезвычайно затрудняет её понимание; кроме того, встречаются и неточности.

... Галуа ввёл три важнейших понятия, взаимосвязь которых позволила ему доказать, что нет общего метода решения уравнений пятой степени или выше в радикалах. (Точнее, эта взаимосвязь позволила ему построить теорию разрешимости уравнений в радикалах. Неразрешимость в радикалах уравнений пятой степени была доказана ранее норвежским математиком Н.-Х. Абелем. — *Ред.*) Прежде всего Галуа отметил, что каждое уравнение можно связать с некоторой группой перестановок. Такая группа отражает свойства симметрии уравнения; теперь она именуется группой Галуа.

... В противоположность традиционной легенде, Галуа вовсе не производит впечатления жертвы обстоятельств. Напротив, он, похоже, был сорвиголовой и постоянно попадал в переделки. Из письма математика Софи Жермен следует, что Галуа регулярно присутствовал на заседаниях Академии наук и обычно всячески нападал на выступающих. Когда Галуа исключили из Эколь Препаратуар, он переехал в парижский дом своей матери, но ей оказалось трудно с ним ужиться, и она уехала.

... Последний период жизни Галуа всегда особенно привлекал его биографов. Они не желали верить самому Галуа, что причиной дуэли была личная ссора, а вместо этого выискивали каких-то продажных женщин, полицейских провокаторов и политических противников и обвиняли их в гибели Галуа. Однако ни одна из подобных версий не подтверждается.

В середине марта 1832 года из-за свирепствовавшей тогда в Париже эпидемии холеры Галуа [попал] в частную лечебницу Фолтрие. По-видимому, именно здесь он и встретил ту «подлую кокетку». Роман был коротким, однако нелепо утверждать, что героиня его была продажной женщиной или платным агентом и намеренно подстроила убийство. Эпитет «подлая» связывали со словами «какая-нибудь кокетка низкого пошиба», и таким образом как бы подтверждалась версия о продажной женщине. Согласно свидетельству Распая, фразу о кокетке низкого пошиба Галуа произнёс за год до дуэли; вполне возможно, что это слова самого Распая. Кроме того, 25 мая, за шесть дней до смерти, в письме к Огюсту Шевалье Галуа намекает, что его роман оборвался: «Но как изгладить следы той бури страстей, через которую я прошёл? Как утешиться, когда за один месяц исчерпан до дна источник самого сладостного блаженства, отпущенного человеку, когда он выпит без радости и без надежды,

когда знаешь, что он иссяк навсегда?» Кто же была эта женщина? Перед дуэлью Галуа получил два письма, в них упоминалась какая-то ссора, в которой он, видимо, был виновен более, чем сам это признавал. Первое письмо начинается так: «Пожалуйста, давайте порвём наши отношения. У меня нет сил продолжать с Вами переписку, но я попытаюсь обсудить с Вами всё, как я делала до того, как все это случилось...». Второе письмо написано в том же духе, и оба они подписаны «Стефания Д.». В рукописях Галуа К. Инфантоцци из Университета республики в Уругвае прочёл имя, которое Галуа стёр: Стефания Дюмотель. Инфантоцци установил, что это Стефания Фелисия Потерэн дю Мотель, дочь врача лечебницы Фолтрие. Позже она вышла замуж за преподавателя словесности.

... В ночь перед дуэлью Галуа лишь отредактировал две рукописи и изложил их содержание и содержание ещё одной статьи в длинном письме к Шевалье. Одна из рукописей была той самой статьёй, которую отклонил Пуассон, другая — отрывок статьи, ранее опубликованной в *Bulletin* Феруссака. Третью рукопись не нашли, и её содержание известно лишь из краткого изложения в письме; по-видимому, она касается интегралов от общих алгебраических функций.

Как же быть со знаменитой фразой: «У меня нет времени», которую Галуа якобы вновь и вновь писал на полях, не успевая закончить работу? Эта фраза действительно есть на полях первой статьи, но встречается всего один раз. Рядом с ней в скобках написано: «Примечание автора».

Я не думаю, что представленные мною факты из жизни Эвариста Галуа сколько-нибудь умаляют его значение как математика. Сохранившиеся рукописи Галуа говорят о том, что, и попав в тюрьму, он продолжал вести математические изыскания и не оставлял их вплоть до самой смерти. То, что он мог продуктивно работать в таких условиях, свидетельствует о необыкновенной силе его воображения и интеллекта. Каковы бы ни были обстоятельства, в которых жил Галуа, нет сомнения, что ему принадлежит одна из самых оригинальных идей в математике.

Однако его репутация, так же, впрочем, как и история науки вообще, не вписывается в распространённое представление, согласно которому гений науки должен быть безупречен в частной жизни, а те его современники, которые не сумели понять его гениальности, непременно глупцы, убийцы, продажные женщины и т.п. Избитое утверждение «Посредственность не терпит гениальности» — несерьёзная основа для анализа исторических фактов, иначе пришлось бы судить о гении лишь по его экстравагантным выходкам, вроде тоста с кинжалом в руках.

Литература:

1. Paul Dupuy. La vie d'Evariste Galois. In: *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*, 1896, v. 13, pp. 197–266.
2. Écrits et mémoires mathématiques d'Evariste Galois (Edited by Robert Bourgne and J.-P. Azra). Gauthier-Villars, 1962.
3. Rene Taton. Evariste Galois. In: *Dictionary of Scientific Biography* (Edited by Charles Coulston Gillispie). Charles Scribner's Sons, 1972.
4. Tony R. Rothman. Genius and Biographers: the Fictionalization of Evariste Galois. In: *The American Mathematical Monthly*, 1982, v. 89, No. 2, pp. 84–106.
5. Э. Галуа. Сочинения (Под ред. Н. Г. Чеботарёва). М.–Л.: ОНТИ, 1936.
6. А. Дальма. Эварист Галуа, революционер и математик. М.: Физматгиз, 1960.
7. Л. Инфельд. Эварист Галуа. избранник богов. М.: Молодая гвардия, 1958.

8. Э. Т. Белл. Творцы математики. Предшественники современной математики. М.: Просвещение, 1979.